
Když se člověk sebe zříká pro druhé, tehdy vlastně nalézá sebe nejopravdověji.

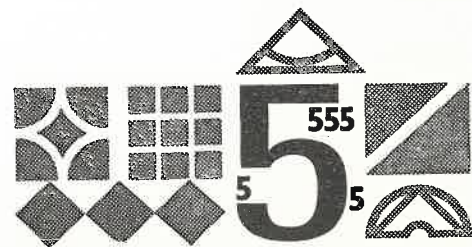
Matkou všeho dobrého je moudrost. (Cicero)

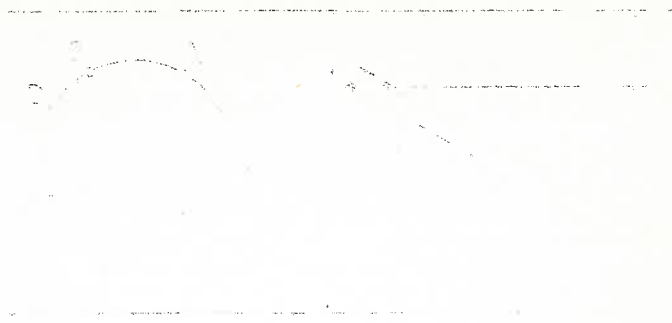
Každý začátek je těžký.

Čemu se učíš, učíš se pro sebe. (Petronius)

Mnozí si myslí, že stačí každému vynadat hlupáků, aby sami vypadali moudří.

V Geometrie hrou



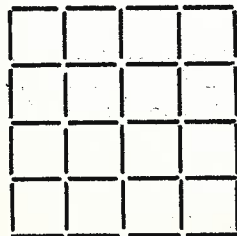


1

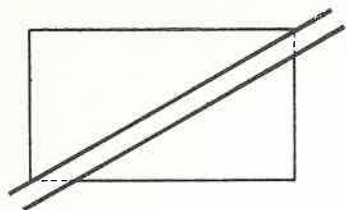
Ze 16 zápalek je sestavený plán pevnosti obehnaný hlubokým příkopem. Jak byste vnikli do pevnosti pomocí dvou desek, jejichž délka je přesně taková, jako je šířka příkopu?

2

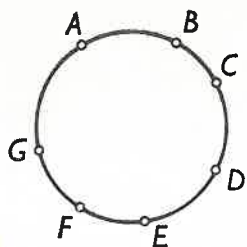
Ze zápalek je složen čtverec rozdělený současně na 16 malých čtverečků, které zase tvoří několik větších čtverců po 4 čtverečcích a několik větších po 9 čtverečcích. Vaší úlohou je odstranit 9 zápalek tak, abyste zrušili všechny čtverce bez ohledu na velikost, tedy aby se v obrazci nevyskytoval ani malý, ani větší, ba ani základní čtverec.



Obr. 24



Obr. 25



Obr. 26

3

Čtverec, který je sestaven ze 16 zápalek, rozdělte 11 zápalkami na čtyři stejně veliké (nikoli shodné) části tak, aby každá z nich se alespoň jednou stranou dotýkala ostatních tří.

4

Pan Novák měl zahradu 432 m^2 velkou. Nová cesta, kterou v obci postavili, protíná zahradu tak, jak vidíte na obr. 25. Jedna její strana, dlouhá právě 30 metrů, tvoří úhlopříčku obdélníkové zahrady, zbývající plochy zahrady se mají k sobě v poměru 4 : 9.

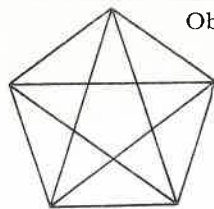
Nyní zjistěte, kolik dostal pan Novák za odstoupený pozemek, jestliže se platilo 10 Kčs za čtvereční metr.

5

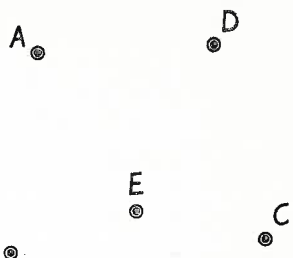
Kruh na obr. 26 představuje park, body na kružnici vchody do parku. Každé dva vchody je třeba spojit přímou cestou. Kolik bude těchto cest? Narýsujte obrázek.

6

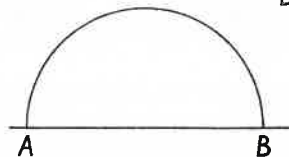
Spočítejte všechny trojúhelníky na obr. 27.



Obr. 27



Obr. 28



Obr. 29

7

Udělejte ze zápalek obrázek se šestnácti shodnými čtverci. Zjistěte, kolik je všech čtverců na tomto obrázku.

8

Narýsujte si kružnici přiměřeně velkou a najděte její střed, přičemž můžete použít jen tužku a trojúhelník. Obcházení ani chytračení není dovolené, na stole nesmí být nic jiného než tužka a trojúhelník. Není ani dovoleno sestrojít si pravý úhel pomocí trojúhelníka.

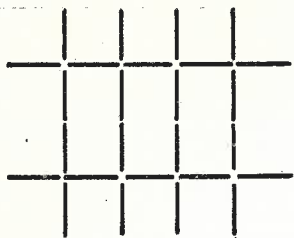
9

Pět bodů na obr. 28 znázorňuje pět měst, z nichž každá dvě jsou spojena leteckou linkou.

- Znázorníte tyto letecké linky úsečkami a určete, kolik jich bude.
- Kolik linek bude pro 6 míst?

10

Nad průměrem AB je nakreslena půlkružnice, jejíž střed není vyznačen. (Obr. 29). Nad půlkružnicí je bod C ,



Obr. 30

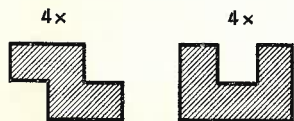
z kterého máme sestojit kolmici na AB . Nesmíme použít kružítko ani trojúhelník; můžeme pracovat jen tužkou a pravítkem, podle kterého smíme kreslit přímky. Podaří se vám najít konstrukci kolmice?

11

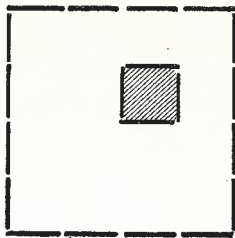
V mřížce sestavené z 26 zápalek přemístěte 14 zápalek tak, aby vznikly tři čtverce. (Obr. 30.)

12

V románě Malá dáma z velkého domu popisuje J. London zařízení na automatickou orbu. Uprostřed čtvercového pole je zatlučen silný kůl, ke kterému se upevní lano dosahující až k obvodu pole. Tam se přiváže traktor s pluhem. Když se dá traktor do pohybu a jde stále vpřed, lano se navíjí na kůl, a tím traktor přitahuje blíž a blíž ke středu. Hrdina Londonova románu Graham vypočítal, že při této metodě zůstane 30 % plochy čtvercového pole nezorané. Je to pravda?



Obr. 32



Obr. 31

13

16 zápalek složených do čtverce představuje plot okolo zahrady. Část pozemku zabírá dům znázorněný čtvercem ze 4 zápalek. Rozdělte deseti zápalkami zbyvající pozemek na pět parcel stejného tvaru i velikosti. (Obr. 31.)

14

Z daných osmi dílů se dá složit jeden úplný čtverec. Obkreslete nebo vystříhnete si je a pokuste se o to. Dá vám to více práce, než byste předpokládali. (Obr. 32.)

15

Vytvořte čtverec pomocí dvou zápalek, aniž byste je zlomili nebo přerežali.

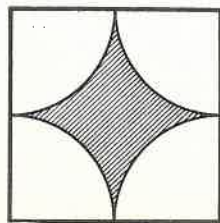
16

Vypočtěte plošný obsah části čtverce vyznačené na obr. 33, je-li jeho strana $a = 10$ cm. Pokuste se tuto úlohu řešit i obecně, je-li strana čtverce a .

17

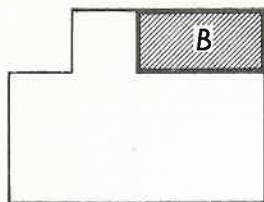
Na obrázku 34 vidíte šipku sestavenou ze šestnácti zápalek. Přemístěte 8 zápalek tak, aby vzniklo 8 shodných trojúhelníků.

Obr. 33

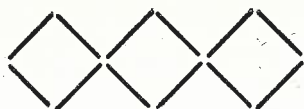


Obr. 34





Obr. 35



Obr. 36

18

Na obr. 35 obdélník vpravo nahoře představuje školní budovu, a proto je v ní i písmeno *B*. Všechno okolo je školní zahrada. Šest skupin studentů si ji vzalo na starost. Museli si ji, pravda, rozdělit na šest celkem stejných a shodných dílů. Víte, jak to udělali?

19

Narýsujte obdélník 9 cm dlouhý a 4 cm široký a vystrihněte ho. Rozstrihněte ho na 3 obdélníky tak, aby se z nich dal složit čtverec.

20

Z 12 zápalek jsou složeny 3 čtverce (obr. 36).

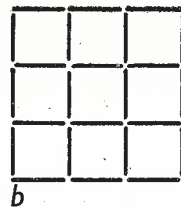
- Složte také 3 čtverce z 11 zápalek.
- Složte 3 čtverce z 10 zápalek.

21

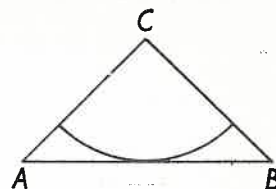
- Rozdělte čtverec čtyřmi stříhy na 16 úplně stejných částí.
- Rozdělte čtverec dvěma stříhy tak, aby se z částí, které dostanete, daly vytvořit dva stejně velké čtverce.
- Rozstrihněte čtverec na 4 jiné čtverce.

22

Matematický kroužek si vyšel do přírody. Pomocí teodo-



Obr. 37



Obr. 38

litu a jednoduchého kříže se čtyřmi kolíky se učili vytvářet pravé úhly. Náhodou přišli na místo, odkud bylo vidět přímou cestu a na ní tři kilometrové kameny, dobře viditelné podle horního červeného zabarvení.

Vedoucí kroužku přikázal, aby našli takový bod, jehož spojnice s prvním a třetím kilometrovým kamenem vytvoří pravý úhel. Chlapci velmi lehký takové místo našli. Pomohla jim při tom známá věta z geometrie.

23

- Domeček na obr. 37a je složen z 11 zápalek. Přeložte 4 zápalky tak, aby vzniklo 10 čtverců.
- Z 24 zápalek je sestaveno 9 čtverců na obr. 37b. Vezměte 6 zápalek, aby vznikly tři čtverce.

24

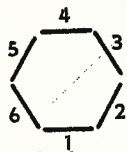
Do pravoúhlého rovnoramenného trojúhelníka je vepsána část kružnice (obr. 38). Jak velký je obsah vepsané části kruhu, je-li přepona trojúhelníku $AB = p = 8$ cm?

25

Položte osm zápalek tak, aby vznikl jeden osmiúhelník, dva čtverce a osm trojúhelníků, všechno na jednom obrázku.

26

Každý rovinný útvar můžeme přímkami rozdělit nej-



Obr. 39

více na $(n^2 + n + 2) : 2$ částí. Tedy např. třemi přímkami můžeme kruh rozdělit na $(9 + 3 + 2) : 2 = 7$ částí. Nakreslete kruh a rozdělte ho pěti přímkami na největší počet částí.

27

Školní zeleninová zahrada má tvar obdélníka 60 m dlouhého a 40 m širokého. Vypočtete, kolika vědry vody se zaleje, počítáme-li, že na každých 100 m² dáme 96 l vody a vědra jsou 12litrová.

28

Pravidelný šestiúhelník je možno sestavit ze 6 zápalek (obr. 39). Pokuste se ho co nejjednodušeji přeměnit na rovnostranný trojúhelník. Kolik zápalek nejméně přeložíte a jak?

29

Přemístěte 7 zápalek ze šipky sestavené ze 16 zápalek na obr. 40 tak, aby vzniklo 5 stejných čtyřúhelníků. Na obrázku jsou zápalky označené čísly.

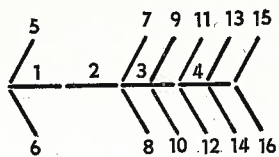
30

Určete objem silně vyznačené části velké krychle na obr. 41.

31

Na záhon určili zpočátku pozemek obdélníkového tvaru,

82



Obr. 40

jehož plošný obsah byl 48 m². Potom však délku a šířku pozemku dvakrát zvětšili. Jaký byl potom plošný obsah záhonu?

32

Třemi přímkami je možno rozdělit kruh tak, aby v každé části byl jeden kroužek. Dokážete to? (Obr. 42.)

33

Zahradu, jejíž obvod je znázorněný 20 zápalkami a ve středu je čtvercová studna, máte

- rozdělit 18 zápalkami na šest shodných částí,
- rozdělit 20 zápalkami na osm shodných částí.

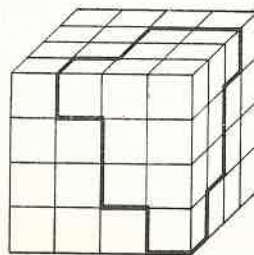
34

Nakreslete si na papír dvě rovnoběžky. Na jedné z nich — kterékoli — ohraničte úsečku dvěma body *A* a *B*. Vaší úlohou je rozdělit úsečku na dva stejné díly, tj. rozpůlit přesně vzdálenost *AB*, přičemž smíte použít jen pravítko a tužku. Samozřejmě nesmíte používat žádnou pomůcku k měření.

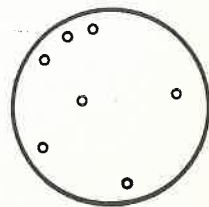
35

- Obsah obdélníka je 60 m². Jaký bude jeho obsah, jestliže jeho délku a šířku zvětšíme čtyřikrát?

Obr. 41



Obr. 42



83

- b) Obsah obdélníka je 800 m^2 . Jaký bude jeho obsah, jestliže jeho délku zvětšíme třikrát a šířku dvakrát?
- c) Obsah obdélníka je 600 m^2 . Jaký bude jeho obsah, jestliže jeho délku zvětšíme čtyřikrát a šířku zmenšíme dvakrát?
- d) Délka obdélníka je 16 m , šířka je 10 m . Jeho délku a šířku zvětšili o 2 m . Jaký je nyní jeho obsah?

36

Máme pravoúhlý lichoběžník (obr. 43), jehož rovnoběžné strany jsou 14 cm a 16 cm , delší úhlopříčka je 20 cm . Vypočítejte z paměti jeho obsah. Dobrý počtář to vypočítá dříve než za minutu. Dokážete to?

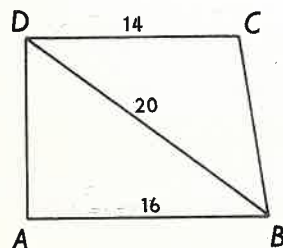
37

Z 20 zápalek jsou sestaveny 2 obdélníky, jeden ze šesti a druhý ze čtrnácti zápalek (obr. 44). Obsah druhého obdélníka je třikrát větší než obsah prvního obdélníka. Z těchto 20 zápalek vytvořte jiné dva obrazce, z nichž obsah jednoho bude třikrát větší než obsah druhého. K vytvoření jednoho z nich použijte 7 zápalek a k vytvoření druhého 13 zápalek.

38

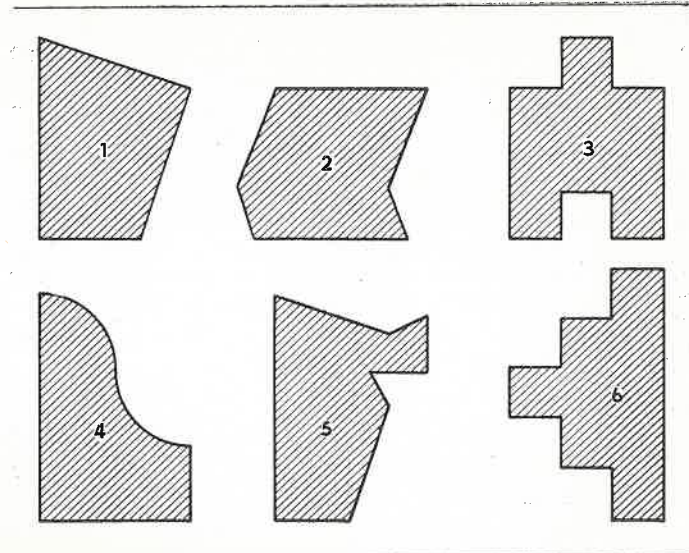
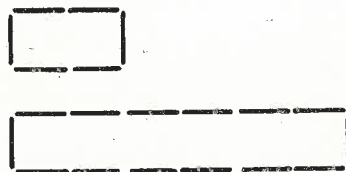
Rozestavte 24 osob do 6 řad tak, aby v každé řadě bylo 5 osob.

Obr. 43



84

Obr. 44



Obr. 45

39

Pozemek tvaru čtverce se stranou 12 m chtěli vyměnit za pozemek obdélníkového tvaru stejného obsahu. Jaká může být délka a šířka nového pozemku?

40

Na obr. 45 je 6 geometrických kreseb. Každou z nich rozdělte jedním řezem tak, aby se ze dvou vzniklých částí mohl složit čtverec.

41

Z 8 zápalek je možno vytvořit různé uzavřené obrazce. Úlohou je vytvořit z osmi zápalek obrázek s nejvyšším možným obsahem.

85

42

- a) Libovolný čtverec můžeme několika řezy rozřezat na 12 částí, které tvoří 8 shodných malých čtverců.
 b) Čtverec, který je rozdělený na 4 části (obr. 46), se dá lehce přeměnit na rovnoramenný trojúhelník.

43

Jožka měl malé akvárium, které mělo tvar krychle s hranou dlouhou 40 cm. V akváriu byla voda do výšky 18 cm. Potom koupil Jožka nové akvárium, jež mělo tvar kvádrů dlouhého 48 cm a širokého 30 cm. Vodu ze starého akvária přelil do nového. Jak vysoko byla hladina vody v druhém akváriu?

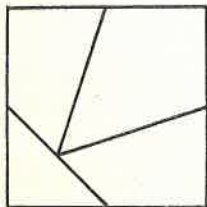
44

Máte rozdělit obdélník na obr. 47 na dva úplně stejné díly tak, aby v jednom byla písmena a v druhém čísla bez ohledu na pořadí.

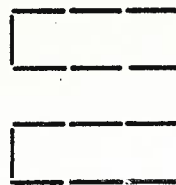
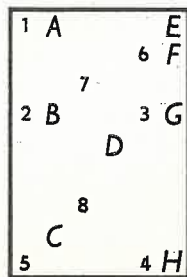
45

Z 15 zápalek udělejte obrazec jako na obr. 48. Přeložte 4 zápalky tak, aby se vytvořily 2 čtverce.

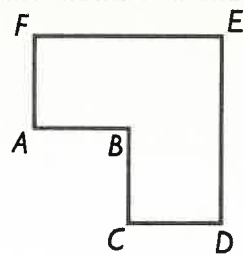
Obr. 46



Obr. 47



Obr. 48



Obr. 49

46

Podívejte se na obr. 49. Plošně je složen ze 3 čtverců. Vaší úlohou je pomocí tužky a pravítka najít těžiště této celkem jednoduché plochy.

Jistě to není příliš náročná úloha, proto předpokládáme, že se vám to podaří.

47

- a) Ze 16 zápalek složte 5 čtverců.
 b) Ze 17 zápalek složte 6 stejných čtverců. Vezměte 5 zápalek tak, aby zůstaly tři čtverce.
 c) Z 18 zápalek složte 6 čtverců. Vezměte dvě zápalky tak, aby zůstaly 4 stejné čtverce.

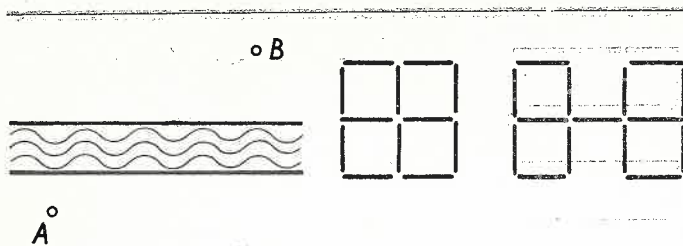
48

Ze 24 zápalek složte 9 stejných čtverců (obr. 37b).

- a) Vezměte 8 zápalek tak, aby zůstaly 2 čtverce.
 b) Vezměte 8 zápalek tak, aby zůstaly 2 stejné čtverce.

49

Mezi dvěma obcemi *A* a *B* měli postavit most přes říčku. Ale obce nebyly od říčky stejně vzdálené. Protože každá obec měla zaplatit za stavbu mostu polovinu, obě chtěly, aby most byl od každé obce stejně vzdálen.



Obr. 50



Obr. 51

Obr. 52

Říčka tekla přímočaře, jak je naznačeno na obr. 50. Poradte nyní, kde najít místo, na kterém bude most říčku přetínat.

50

Složte z 12 zápalek 4 čtverce tak, jak vidíte na obr. 51.

- Vezměte 2 zápalky tak, aby zůstaly jen 2 čtverce.
- Přeložte 3 zápalky tak, aby zbyly ne 4, ale jen 3 čtverce.
- Přeložte zápalky tak, aby zbyly 3 čtverce.

51

Letadlo je 12 m dlouhé. Za letu ho vyfotografoval fotograf ze země právě v okamžiku, kdy bylo přímo nad ním. Ohnisková vzdálenost objektivu fotoaparátu je 12 cm. Na snímku je letadlo 8 mm dlouhé.

V jaké výšce letělo letadlo v okamžiku, kdy bylo fotografováno?

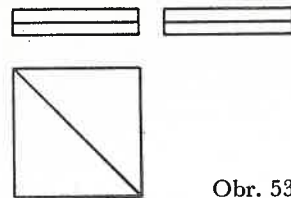
52

Z 15 zápalek složte obrazec podle obrázku 52. Přeložte 2 zápalky tak, aby vzniklo 5 stejných čtverců.

53

Jistě víte, co je narys, půdorys a bokorys. Tak např.

koule se v těchto průmětech jeví vždy jako kruh. Umíte načrtnout, jak vypadá útvar-součástka, jejíž průměty jsou na obr. 53?



Obr. 53

Život měříme většími skutky než časem.

Ať jsi velký nebo chceš být velký, buď skromný.

V životě je vždy dosti místa pro hrdinské činy.
(M. Gorkij)

V jadérku se skrývá strom.

Není nic hezčího, než dávat štěstí mnoha lidem.
(Beethoven)

VI Matematické žerty a hádanky



1

Nedaleko břehu kotví loď a z její paluby je spuštěn žebřík. Žebřík má 10 příček, které jsou od sebe vzdálené 30 cm. Spodní příčka se dotýká hladiny. Za přílivu stoupá hladina o 15 cm za hodinu. Za jak dlouho bude pod vodou třetí příčka?

2

Z polského časopisu Mladý technik jsme vybrali tuto úlohu:

Několik chlapců a děvčat — bylo jich dohromady méně než deset — přineslo starý papír a kov do sběru. Dostali dohromady jednu bankovku — padesát zlotých. Chlapci sbírali horlivěji než děvčata, proto každý dostal o 1 zlotý víc než děvče. Aby si mohli peníze rozdělit, rozměnili bankovku na drobné po dvou a pěti zlotých. Kolik bylo chlapců a kolik děvčat? Jak rozměnili bankovku? Podle skutečnosti sestavte podobnou úlohu. Necht' vás nemýlí, budou-li v této úloze úspěšnější děvčata.

3

Položte na stůl vedle sebe tři zápalky a vyzvete někoho, aby k nim přidal ještě dvě takovým způsobem, že z pěti zápalek vytvoří osm. Lámat zápalky není dovoleno.

4

V jednom přístavu kotví 6 parníků. Jeden z parníků opouští svůj přístav každý den ráno a večer se vrátí. Druhý parník je na cestě vždy jen jeden den a druhý den odpočívá v přístavu. Třetí loď vypluje každý třetí den, čtvrtý parník každý čtvrtý den, pátý parník každý pátý den a šestý parník každý šestý den. A přece se někdy stane, že přístav je prázdný. Kolikrát do roka opustí přístav všech šest lodí současně?

5

Vezměte 12 zápalek a sestavte z nich zápis, který vidíte na obr. 54. Uvedený zápis není z matematického hlediska správný, neboť $6-4$ není 9. Přemístěte jednu zápalku tak, aby zápis byl správný.

6

V jedné redakci potřebovali co nejdříve přepsat rukopisy, na které již čekala tiskárna. Měli dvě písáčky, z nichž první by byla napsala celou práci na stroji za dvě hodiny, druhá, méně zručná, za tři hodiny. Jak bylo třeba práci rozdělit, aby byla hotová co nejdříve? Kdy byly písáčky s přepisováním hotové?

7

Z osmi tyčinek (např. zápalek), z nichž čtyři mají jen

Obr. 54



poloviční délku ostatních čtyř, máte sestavit 3 stejné čtverce.

8

V obchodě prodávali tři druhy jablek v síťových taškách. Každá taška vážila 3 kg. První zákazník si koupil jednu tašku druhu *A* a jednu tašku druhu *B* a zaplatil dohromady 24 Kčs. Druhý si koupil jednu tašku druhu *B*, jednu druhu *C* a zaplatil 36 Kčs. Třetí si koupil jednu tašku druhu *A* a jednu druhu *C* a zaplatil 30 Kčs. Kolik stál kilogram jablek druhu *A*, kolik druhu *B* a kolik druhu *C*?

9

Uspořádejte 6 knoflíků do tří řad tak, aby v každé řadě byly 3 knoflíky. (Řadou nazýváme uspořádání knoflíků v přímce libovolného směru.)

10

Na každé straně knihy je 32 řádků a v každém řádku je průměrně 60 písmen. Kniha má 210 stran textu. Stejná kniha v jiném vydání má průměrně 72 písmen v každém řádku a na každé straně je 35 řádků. Kolik stran má nové vydání?

11

Maminka požádala Aničku, aby šla na nákup. „V kuchyni na stole máš v obálce peníze“ — řekla jí. Anička vzala obálku, všimla si, že je na ní napsané číslo 98. Vybrala peníze, bez počítání je vložila do kabelky a obálku zahodila. V obchodě měla platit 90 korun. Když chtěla zaplatit, zjistila, že jí nejen nezůstane 8 korun, ale že se jí ještě 4 koruny nedostávají. Nákup nechala v obchodě a běžela za maminkou, zda se nezmyšlila, když počítala peníze. Maminka řekla, že peníze počítala správně, ale že nedávala dobrý pozor, když jí přikazovala, co má koupit. V čem se Anička zmyšlila?

12

Rybář se chlubil svým úlovkem: Chytil jsem třikrát tolik karasů než štik a 4 candáty. Byly to dohromady dva tucty.

Kolik bylo dohromady karasů a štik?

13

Na stole leží tři zápalky. Bez toho, abyste přidali jedinou zápalku, udělejte z nich čtyři. Lámat zápalky není dovoleno.

14

Skupina mladých lidí měla dohromady 2 250 Kčs. Karel a Igor měli dohromady 850 Kčs; Rudolf a Milan 150 Kčs; Eva a Pavel měli 1 250 Kčs; Igor a Rudolf měli 300 Kčs; Milan a Eva měli 1 200 Kčs; Pavel a Karel měli 750 Kčs. Víte, kolik kdo má korun?

15

V košíku je 5 jablek. Jak byste rozdělili jablka pěti děvčatům tak, aby každé dostalo 1 jablko a aby 1 jablko zůstalo v košíku?

16

Součet dvou čísel je 6 237. Jedno z nich má na konci nulu. Jestliže ji přeškrtneme, dostaneme druhé číslo. Která jsou to čísla?

17

Chlapec zaplatil za pero 10 korun a ještě polovinu ceny pera. Zač je pero?

18

Mezi dvěma přístavy M a N jezdí loď. Plavba trvá právě 9 dní. Každý den o 10. hodině vypluje loď z M a o 12. hodině z N . Kolik lodí plujících z N do M potká loď plující z M do N ?

96

19

Rozestavte 16 knoflíků (nebo mincí) do deseti řad tak, aby v každé řadě byly 4 knoflíky.

20

Ve škole se žáci učili, že Země obíhá kolem Slunce a jeden oběh trvá 365,209 26 dne. Za domácí úlohu dostali vypočítat, kolik je to dní, hodin, minut a vteřin. Dokážete to?

21

Na dvoře byly husy a prasátka. Počet všech hlav byl 30, počet všech nohou 84. Vypočtěte, kolik bylo hus a kolik prasátek.

22

Jarmilčinu bratru Janovi je 42 let a je třikrát tak starý jako byla Jarmilka, když bylo Janovi tolik let, kolik je Jarmilce nyní.

Kolik let je tedy Jarmilce?

23

Ameriku objevil Kryštof Kolumbus v XV. století. Ve kterém roce ji objevil, jestliže víme, že

a) součet číslic příslušného roku je 16;

b) jestliže číslici desítek vzpomenuťého roku dělíme číslici jeho jednotek, dostaneme podíl 4 a zbytek 1?

24

Po skončení stavby dal vedoucí dvěma pracovníkům rozřezat poškozené trámy na palivové dříví. Dělníci se ptali, co jim zaplatí.

Vedoucí jim nechal rozřezat jeden kratší trám na 3 díly a sledoval práci se stopkami v ruce.

„Tak, za toto dostanete 60 haléřů,“ řekl jim. „Ostatní mzdu tomu přizpůsobíme.“

97

Dělníci celkem rozřezali 5 trámů na tři kusy, 17 trámů na 4 kusy, 8 trámů na 5 kusů a 2 dlouhé na 7 kusů.
Jakou mzdu dostali nakonec za svou práci?

25

Jožka a jeho sestra Zuzka měli dohromady 1 Kčs. Jožka povídal:

„Kdybych měl o pět haléřů více, měl bych dvakrát tolik peněz než sestra.“

Kolik haléřů měl Jožka a kolik Zuzka?

26

Ve staré francouzské sbírce početních úloh se zachovala velmi jednoduchá úloha, kterou jistě velmi lehko vyřešíte.

Jedna žena nesla na trh koš vajec. Jakýsi nepozorný chodec do ní vrazil tak, že jí vypadl koš z ruky a všechna vejce se rozbila.

Viník litoval svého činu a chtěl jí nahradit škodu. Zeptal se tudíž:

„Kolik vajec jste nesla v košíku?“

Žena odpověděla:

„Přesně nevím, ale pamatuji se, že když jsem vejce vybírala po dvou, po třech, po čtyřech, po pěti i po šesti, vždy mi zůstalo v košíku jedno vejce. Když jsem je brala po sedmi, nezůstalo tam ani jediné.“

Kolik vajec bylo v koši?

27

Profesor matematiky oslavoval 48. narozeniny. Ředitel mu blahopřál. Profesor se ptal ředitele:

„Kolik je vám let?“

Ředitel odpověděl:

„Je mi dvakrát tolik let, než bylo vám, když mi bylo tolik, kolik je dnes vám.“

Vypočtěte, jak starý byl ředitel.

98

28

Jožka, Jiří a Pavel šli do lesa na houby. Když se vraceli, potkali spolužáka. Ten byl zvědavý, kolik kdo z nich nasbíral hub. Jožka mu odpověděl:

„Našel jsem dvakrát víc hub než Jiří.“

Jiří řekl:

„Já jsem našel třikrát víc než Pavel.“

A Pavel zase:

„Já jsem našel o 16 méně než Jiří.“

Spolužák trochu přemýšlel a za chvíli odpověděl, kolik kdo nasbíral hub. Zkuste to i vy.

29

Máte obyčejné dvouramenné váhy. Kolik závaží a jaká potřebujete, abyste mohli navážít libovolný počet celých kilogramů od 1 kg do 40 kg? Určete potřebné závaží pro dva případy:

a) jestliže budete klást závaží jen na jednu miskou;

b) jestliže budete v případě potřeby klást závaží na obě misky.

30

Zamysleli jste se již někdy nad úžasným výkonem egyptských otroků, kteří stavěli Cheopsovu pyramidu z materiálu, který bylo potřeba dopravovat do písčité pouště ze skalnatých končin horního Nilu?

Zkuste si představit, jak by to bylo s dovozem kamenů dnes. Pyramida má objem $2\,678\,257\text{ m}^3$. Měrná hmotnost použitého kamene je přibližně $2,3\text{ g/cm}^3$. Na železniční vagón naložíme průměrně 16 tun. Kolik vlaků po padesáti vagónech by dnes dovezlo potřebný materiál?

31

Ptali se chlapce, kolik má ořechů. Odpověděl:

„Jestliže dostanu ještě 4 ořechy, budu jich mít tolik,

99

kolik jich má můj bratr. Ale dostanu-li 28 ořechů, budu jich mít třikrát tolik než můj bratr.“
Kolik ořechů měl chlapec?

32

O šesté, kdy nástěnné hodiny odbíjely šest hodin, zjistil Jan podle svých hodinek, že od prvního do šestého úderu uplynulo právě 10 vteřin. Řekl to svému bratru Ferdovi a ptal se ho, jak dlouho bude trvat odbíjení dvanácté hodiny.

Ferda se dlouho nerozmýšlel a odpověděl, že 20 vteřin. Sestřička Katka, která tento hovor sledovala, nesouhlasila s výsledkem.

Jak je to tedy správně?

33

Uspořádejte na stole 9 knoflíků do čtverce a určete, kolik je tam řad s třemi knoflíky a kolik je tam řad, ve kterých jsou jen dva knoflíky.

34

- Součet dvou čísel je 180, podíl při dělení většího menším je 5.
Najděte ta čísla.
- Číslo dělíme pěti beze zbytku; jestliže podíl sečteme s dělencem a s dělitelem, dostaneme 125. Najděte dělence.
- Součet dvou čísel se rovná 12 524. Jedno z nich je zakončeno dvěma nulami. Jestliže nuly přeškrtneme, dostaneme druhé číslo. Najděte ta čísla.

35

Kolik je hodin, jestliže $\frac{2}{5}$ hodin, které uplynuly od půlnoci do nynějška, se rovnají $\frac{2}{3}$ hodin, které chybějí do oběda?

100

36

Nástěnné hodiny se předcházejí o 20 vteřin za hodinu. V poledne 1. ledna 1969 jsme nařídili přesně jejich ručičky. Kdy nejdříve budou ukazovat zase správný čas?

37

Obrázek sestávající ze tří shodných čtverců umístěných vedle sebe tak, jako je to na obr. 55, rozstříhnete na dvě části tak, aby z nich bylo možno sestavit čtvercový rám. Otvor uvnitř rámu musí být též čtvercový a musí mít takovou velikost jako jeden z původních čtverců.

38

Karel a Igor vystupovali na rozhlednu. Schody byly rozdělené na šest stejných oddělení, mezi kterými byla odpočívadla. Igor šel rychleji než Karel. Když přišel na první odpočívadlo, byl již Karel unavený a zastavil se 7 schodů pod ním a odpočíval.

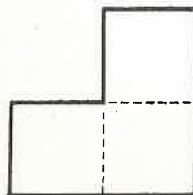
„Jak daleko máme ještě nahoru?“, ptal se Igora, který již byl předtím vícekrát na rozhledně.

„Musíš vystoupit ještě sedmkrát tolik schodů jako doposud. Až potom budeš nahore.“

Karel si postěžoval:

„Ještě sedmkrát tolik schodů! To asi vůbec nevydržím!“
Ale dokázal to.

Kolik schodů bylo na rozhlednu?



Obr. 55

101

39

Když Jožka zašel do obchodu pro čokoládové bonbóny, počítal: Jestliže koupím bonbóny po 8 haléřích kus, bude mi chybět 6 haléřů. Jestliže však koupím stejné množství bonbónů po 6 haléřích kus, zbude mi 8 haléřů. Kolik měl peněz?

40

Při zahození jedné malé elektrické baterie přijdou na zmar suroviny (měď, zinek, uhlík) v ceně asi 10 haléřů. Počítejme na jednoho obyvatele našeho státu ročně asi 3 baterie. Jakou cenu mají suroviny, které se takto znehodnotily od r. 1950 do r. 1966?

41

Vě třídě je 40 žáků. Bez jakýchkoli bližších znalostí můžeme tvrdit, že jsou mezi nimi alespoň 4 žáci, kteří se narodili v určitém měsíci. Mohli bychom zaručit, že je v této třídě 5 žáků narozených v určitém měsíci?

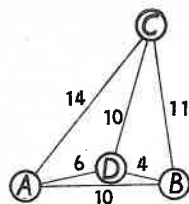
42

Na obr. 56 jsou kroužky znázorněné 4 obce A , B , C , D a vzdálenosti mezi nimi. Všechny čtyři obce mají být spojeny elektrickým vedením tak, aby každé dvě byly spojeny přímo nebo prostřednictvím ostatních obcí, a aby celková délka sítě byla co nejmenší. Navrhněte plán tohoto elektrického vedení.

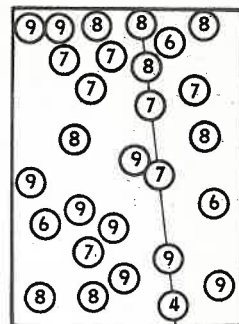
43

Ledoborec vyplul z přístavu směrem k ostrovu, který je od přístavu vzdálen 840 km, a plul rychlostí 20 km za hodinu. Na palubě ledoborce bylo letadlo. V určité vzdálenosti od místa určení letadlo vzlétlo a letělo směrem k ostrovu rychlostí 120 km/h. Jak dlouho bylo letadlo ve vzduchu, víme-li, že pilot byl na cestě celkem 22 hodin, počítaje od chvíle vyplutí ledoborce z přístavu až k přistání letadla na ostrově?

102



Obr. 56



Obr. 57

44

Cihla váží $\frac{3}{4}$ cihly a $\frac{3}{4}$ kg. Kolik cihel se vejde na trakař, jestliže půl trakaře cihel a půl cihly váží o 14 kg méně než $\frac{3}{4}$ trakaře cihel a $\frac{3}{4}$ cihly?

Úloha není vůbec těžká. Stačí jen umět počítat a přemýšlet.

45

Jak můžeme určovat součin dvou jednociferných čísel na prstech?

Příklad: 6×8 . Na každé ruce zdvihneme tolik prstů, o kolik je každý čísel větší než pět. V daném případě zdvihneme na jedné ruce 1 prst, na druhé 3. Každý zdvihnutý prst počítáme za desítku součinu. Máme tedy 4 desítky neboli 40. Počet nezdvížených prstů na obou rukách navzájem vynásobíme, v tomto případě $4 \times 2 = 8$, a tento součin přičítáme ke 40. Dostáváme tak $40 + 8 = 48$.

Zkuste to s jinými čísly.

103

46

Součet číslíc v kroužcích na obr. 57, které jsou prořaty přímkou, je 43. Vaší úlohou je najít takovou přímku, která by protínala několik kroužků tak, aby součet číslíc byl ještě vyšší. Připomínáme, že to musí být skutečně přímkou vedená přesně prostředkem kroužků. Máte-li dobrý postřeh, nemělo by vám to trvat více než dvě minuty, ale nemáte-li...

47

Dva letci odletěli ve stejném čase z Prahy do dvou různých míst. Kdo z nich doletěl dříve na místo určení, když první měl přeletět dvakrát delší vzdálenost než druhý, ale letěl dvakrát rychleji?

48

Ciferník na hodinách je třeba rozdělit na 6 částí libovolného tvaru tak, aby součet čísel každé části byl stejný.

49

Matka koupila dva koše jablek. V prvním koši bylo o 9 kg jablek více než ve druhém. Když však přendala z prvního koše do druhého 12 jablek, bylo v druhém koši dvakrát více jablek než v prvním. Kolik jablek bylo původně v každém koši?

50

Napište 9ciferné číslo, které bude mít každou číslici jinou a bude dělitelné 11. (Číslíce, z kterých se bude číslo skládat, mohou být zřejmě 0 – 8 nebo 1 – 9.)

51

Casius uspořádal hostinu, na kterou dodal sedm jídel. Sempronius dodal osm jídel. Hostina byla velkolepá, kuchaři se namáhali a nosiči jídel se už připravovali na

104

obsahu svých hostí, když najednou přišel na návštěvu ještě Titus.

Oba přátelé ho vřele přivítali a pozvali ke společnému stolu. Hodovalo se, jedlo a pilo až do rána.

Titus byl ochoten zaplatit svůj podíl za dobrá jídla, proto se ptal, kolik stál každý chod.

„Tvé jídlo bylo za 30 denárů,“ odpověděl mu Casius. Titus chvíli rozmýšlel a potom dal Casiovi 14 a Semproniovi 16 denárů.

Měl dojem, že je správně podělil.

Ale hostitelé nebyli spokojeni a tak se věc dostala až před moudrého soudce, který rozhodl, kolik denárů ze zaplacených 30 patří každému hostiteli.

Víte, jak rozhodl soudce?

52

Z Prahy do Brna vyjel rychlík a jel bez zastávky rychlostí 60 km/h. Jiný vlak jel opačným směrem z Brna do Prahy a jel též bez zastávky, avšak rychlostí 40 km/h.

Jak daleko budou vlaky od sebe hodinu před tím, než se potkají?

105

VII Geometrické hádanky

Hlava je jako padák. Funguje jen tehdy, když je otevřená.

Lepší charakterní nepřítel, než necharakterní přítel.

Úspěch se vždy a všude začíná jediným: odvahou.

Nehovoř, že miluješ lidstvo. Miluj člověka.

Přemýšlením kámen z cesty neodvalíš.

V každém člověku je tolik pýchy, kolik mu chybí rozumu.



1

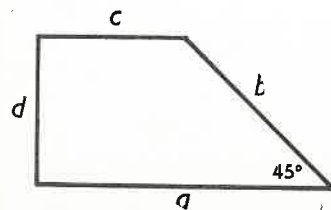
Zápalka je dlouhá 5 cm. Jak složíte ze 14 zápalek metr?

2

Pravoúhlý lichoběžník (když druhý úhel při základně a je 45° a $c = d$) na obr. 58 rozdělte na čtyři shodné lichoběžníky.

3

JZD mělo čtvercový pozemek o straně 400 m. Část pozemku družstevníci oseli vikví, zbytek ovsem. Jakou plochu oseli ovsem, víme-li, že část pozemku osetá vikví



Obr. 58

má tvar čtverce, jehož strana se rovná $\frac{1}{4}$ strany celého pozemku?

4

Členové družstva si postavili svépomocí kulturní dům s knihovnou, přednáškovou síní a kavárnou. V létě podávali kávu na terase. Ale podlaha na terase nebyla právě rovná a stolky se kývaly, káva se vylévala. Již chtěli celou terasu předělat, ale potom v továrně zhotovili stolky, které stály pevně, ať je postavili kamkoli. Všichni chválili novou konstrukci. Víte v čem spočívala?

5

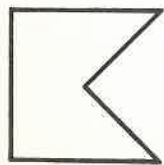
Nejjednodušším tělesem je pravidelný čtyřstěn, který je ohraničen čtyřmi shodnými rovnostrannými trojúhelníky. Kolika způsoby můžeme zobrazit síť tohoto tělesa?

6

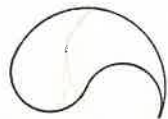
Obrazec — vlajka — na obr. 59 se dá rozdělit na části tak, že z nich můžeme složit dva čtverce. Dokážete to?

7

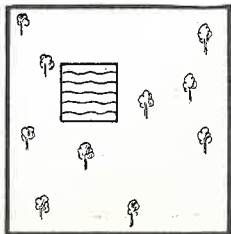
a) Jak je třeba rozřezat krychli, aby řez byl pravidelný pětiúhelník?



Obr. 59



Obr. 60



Obr. 61

b) Jak je třeba rozřezat krychli, aby řez byl rovnostranný trojúhelník?

c) Je možno na krychli provést řez, aby vznikl pravidelný mnohoúhelník s více než 6 stranami?

8

Rovnostranný trojúhelník je možno velmi lehce rozdělit na dva shodné trojúhelníky (budou to pravoúhlé trojúhelníky). Jak ho však rozdělíme na tři shodné trojúhelníky?

9

Sestavte z deseti zápalek 3 čtverce. Potom odstraňte 1 zápalku a z ostatních udělejte jeden čtverec a dva kosočtverce.

10

Jak rozdělíte uzavřenou křivku na obr. 60 na dvě shodné části?

11

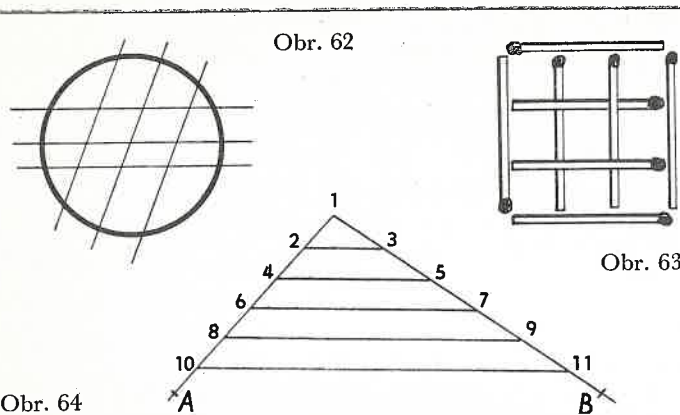
Máme 12 zápalek. Délku zápalky považujeme za jednotku délky. Z těchto zápalek máte složit obrazec, který by měl obsah tří čtvercových jednotek.

12

To, co vidíte na obr. 61, je zahrada. Obsahuje 10 stromů a černý čtverec uprostřed je bazén. Vaší úlohou je rozdělit plochu zahrady (příčemž se nepočítá plocha černého čtverce) na pět stejných dílů tak, aby v každém díle byl stejný počet stromů.

13

Jak je možno udělat z desky tvaru obdélníka s rozměry 90×160 cm čtverec ze dvou částí s rozměry 120×120 cm?



Obr. 64

14

Kruh na obr. 62 je rozdělen šesti přímkami na šestnáct dílů. Ale to není největší možný počet dílů, na které je možno kruh šesti přímkami rozdělit. Je možno dokázat, že maximální počet dílů je určen vzorcem $\frac{n^2 + n + 2}{2}$,

kde n je počet přímek, které kruh protínají. Pokuste se naryšovat řešení, které by odpovídalo tomuto vzorci. Při rýsování se snažte rozdělit přímkami souměrně.

15

Obr. 63 je z 8 zápalek přeložených přes sebe. Odstraňte dvě zápalky tak, aby zůstaly 3 čtverce.

16

Půlměsíc se dá rozdělit dvěma přímkami na 6 částí. Nakreslete si ho a pokuste se o to.

17

Kolik zápalek potřebujeme, abychom pokryli stejnými

čtverci jeden čtverečný metr? Průměrná zápalka je dlouhá 5 cm.

18

Úhel $A1B$ je soustavou stejně vzdálených rovnoběžek rozdělen na trojúhelník 123 a lichoběžníky 2453, 4675 atd. V jakém poměru jsou obsahy těchto obrazců? (Obr. 64.)

19

Na jeden rovnostranný trojúhelník potřebujeme nejméně 3 zápalky (pokud je nechceme lámat), ale šest stejných rovnostranných trojúhelníků můžeme sestavit z 12 zápalek. Udělejte to.

Potom přemístěte 4 zápalky tak, aby vznikly tři rovnostranné trojúhelníky, z nichž jen dva jsou shodné.

20

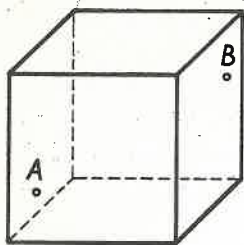
Nejobtížnějšími se obvykle zdají být věci nejjednodušší. O tom se lehce přesvědčíte, jestliže se pokusíte nakreslit pravidelný dvanáctiúhelník, který bude mít jen pravé úhly.

21

Pro školní zeleninovou zahradu určili pozemek obdélníkového tvaru 125 m dlouhý a 80 m široký. Potom však pozemek vyměnili za jiný čtvercového tvaru, který měl tutéž plochu. Čemu se rovná strana druhého pozemku?

22

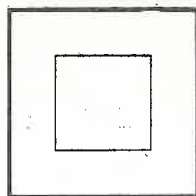
Pavouk sedící uvnitř krychle v bodě A hledá nejkratší cestu. Chce totiž dosáhnout nic netušící mouchy sedící v bodě B . Pomozte pavoukovi, který si neví rady s touto lehkou úlohou. (Bod A je na přední stěně a bod B na boční stěně krychle.) (Obr. 65.)



Obr. 65



Obr. 66



Obr. 67

23

Sestrojte ze zápalek pravidelný šestiúhelník. Jak to provedete pokud možno co nejpřesněji?

24

Otec odkázal synovi polovinu zahrady, každé z dvou dcer jednu čtvrtinu. Zahradu si museli rozdělit tak, aby mohli všichni tři sourozenci chodit k studni pro vodu. Víte, jak si ji rozdělili? Plán zahrady se zakreslenou studnou je na obr. 66.

25

Součet stran čtvercového květinového záhonu se dá vyjádřit stejným číslem jako jeho obsah. Jaké jsou rozměry tohoto květinového záhonu?

26

Vypočtete z paměti, jak dlouhý by byl pás sestavený ze všech milimetrových čtverečků jednoho čtverečního metru, kdybychom je položili těsně jeden vedle druhého?

27

Uprostřed čtvercového pozemku je čtvercový květinový záhon. Obsah pozemku je 100 m^2 . Strana květinového

záhonu je dvakrát menší než strana pozemku. Čemu se rovná obsah květinového záhonu? (Obr. 67.)

28

Jaký průměr má kružnice na obr. 68, jestliže úhlopříčka $AC = 3,6 \text{ cm}$? Nehleďte pravítko, nechtějte dělat složité výpočty. Nad úlohou je třeba se především zamyslet a „vzít rozum do hrsti“, aby po chvílce tento problém nebyl problémem.

29

Pro zahradní jahody hledali pozemek obsahu 256 m^2 . Jedni nabízeli pozemek obdélníkového tvaru a druzí čtvercového tvaru.

Pozemek měl být oplocený ze všech stran. Na jaký pozemek bude potřeba nejkratší plot?

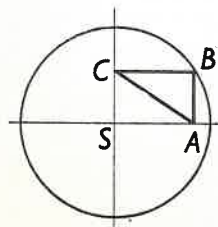
30

Víte proč svírají přímky AF a FC na krychli $ABCDEFGH$ (obr. 69) úhel přesně 60° ?

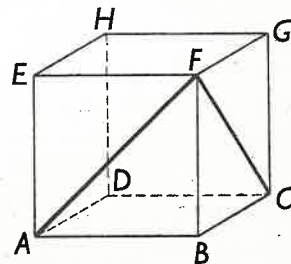
31

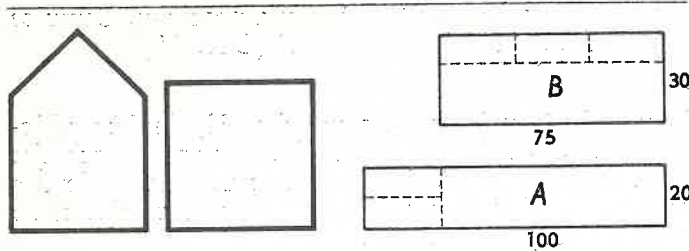
Mirek se myl třikrát denně, ráno, v poledne před obědem a večer. Koupil si nové mýdlo — hranolek.

Obr. 68



Obr. 69





Obr. 70

Za osm dní zjistil, že se mu mýdlo zmenšilo právě na polovinu. Předpokládal, že se s ním bude mydlit ještě dalších osm dní. Ale zklamal se. Mýdlo mu nestačilo. Co soudíte vy? Jak dlouho se mohl ještě mydlit, jestliže předpokládáme, že mýdlo ubývalo pravidelně a že ho Mirek využil až do posledního zbytku?

32

Rozdělte pětiúhelník na obr. 70 na tři díly tak, aby se z nich dal složit čtverec.

33

Délka plotu okolo zahrady (v délkových metrech) a její obsah (ve čtverečných metrech) jsou vyjádřeny stejným číslem. Jaké jsou rozměry zahrady? (Zahrada má obdélníkový tvar.)

34

Potřebujeme desku *A*, která má mít rozměry 20 cm × 100 cm. Můžeme ji vyrobit z desky *B*, která má rozměry 30 cm × 75 cm. Na první pohled je řešení lehké (obr. 71). Podle přerušovaných čar odřežeme z desky *B* pás, který rozřežeme na 3 kusy po 25 cm a dva přilepíme k desce. Takové řešení není nejlepší, neboť řezy by musely být velmi přesné a slepená deska by nebyla dost

Obr. 71

pevná. Hledejme lepší řešení, které dá pevnější desku tím, že budeme lepit jen jednou a stejně postačí i 3 řezy.

35

Eva počítala objem kvádra, a proto měla vypočítat součin tří čísel. Vynásobila první dvě čísla a právě se chystala násobit získaný částečný výsledek třetím číslem, když zjistila, že nesprávně napsala druhého činitele. Byl o třetinu větší, než měl správně být.

Aby nemusela znovu počítat to, co již měla hotové, řekla si, že chybu napraví tím, že třetího činitele, který byl stejný jako druhý, zmenší o třetinu.

„Tak se to nedá dělat,“ řekla jí přítelkyně, „rozdíl by byl 20 m³.“

„Jaká by v tom mohla být chyba?“ namítala Eva.

„Když jsem jedno číslo zvětšila a druhé stejně velké o tutéž částku zmenšila. Myslím, že výsledek musí být správný.“

Kdo má pravdu? Jaký měl být výsledek?

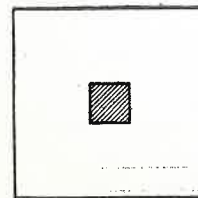
36

Ve středu papírového čtverce máme vystřižený čtvereček (obr. 72) a vaší úlohou je rozdělit takto vzniklý útvar na 4 shodné části.

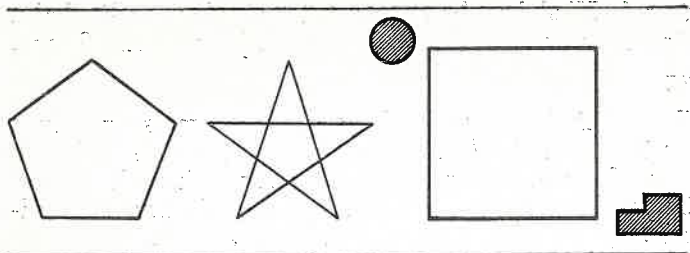
Řešení je několik. Najděte alespoň jedno z nich.

37

Vypočtete z paměti, kolik kilometrů by byl vysoký sloup,



Obr. 72



Obr. 73

sestavený ze všech milimetrových krychlí jednoho krychlového metru položených na sebe.

38

Pravidelný pětiúhelník můžeme zobrazit dvojím způsobem, jako vypuklý a hvězdicový (obr. 73).

Pravidelný sedmiúhelník můžeme zobrazit třemi způsoby, jednou jako vypuklý a dvakrát jako hvězdicový. Jak?

39

Jsou na prodej dvě dýně stejné kvality. Jedna má obvod 60 cm, druhá 50 cm. První je o polovinu dražší než druhá. Kterou je výhodnější koupit?

40

Rybník družstva má čtvercový tvar a nedaleko jeho dvou vrcholů jsou důležité hospodářské stavby (obr. 74).

Obr. 74



Obr. 75

Družstvo hodlá rybník zvětšit. Jak je třeba zdvojnásobit jeho plochu tak, aby měl opět čtvercový tvar a přitom se vyznačené stavby neporušily?

41

a) Zjistěte, zda vnitřní a vnější trojúhelník (obr. 75) jsou na rýsovacím trojúhelníku podobné.

b) Je na rámu podobný vnější a vnitřní obdélník?

42

V obdélníku jsou nalepené známky (obr. 76). Obdélník je třeba rozdělit třemi rovnými čarami tak, aby vzniklo sedm různých obrazců a v každém z nich byla jedna známka. Čáry je třeba vést tak, aby ani jednu známku nepřetínaly.

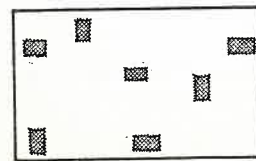
43

Na obr. 77 jsou tři domy a tři studně. Obyvatelé chtějí tudy vést nepřetínající se cesty tak, aby každý dům byl spojen s každou studní. Je to možné?

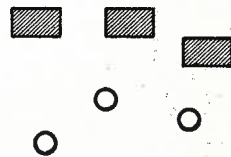
44

Igor a Karel se ve škole učili o úhlech. Igorův starší bratr je chtěl vyzkoušet. Přesným rýsovacím náčiním narýsoval velmi malý úhel — jen $1^\circ 40'$ a dal ho Igorovi změřit. Byla to chloulostivá práce a Igor nevěděl, jak

Obr. 76



Obr. 77



na to. Potom ale přišel na dobrý nápad. Vzal si na pomoc lupu, která čtyřikrát zvětšovala. Jaký úhel nyní viděl pod lupou?

45

V městě je vysoká věž. Chtěli bychom zjistit, jaká je její výška. Máme k dispozici fotografii věže na pohlednici, milimetrové a metrové měřidlo. Jak zjistíme s uvedenými pomůckami výšku věže, aniž bychom ji odměřili ve skutečnosti?

46

Obrazec na obr. 78 se rozdělí jedním příným řezem na dva díly, které se dají složit v kruh. Jak je to možné?

47

Máte rádi čokoládu? Jestliže ano, představte si, že vám někdo předloží k výběru dvě čokoládové pochoutky. První bude čokoládová koule s průměrem 5 cm, uvnitř dutá. Čokoládové stěny jsou silné 1 cm. Vedle toho bude 100 čokoládových kuliček s průměrem 1 cm. Co byste si vybrali, velkou čokoládovou kouli nebo malé čokoládové kuličky?

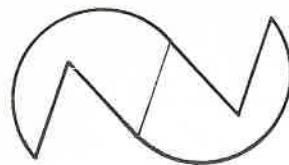
48

Eiffelova věž v Paříži je 300 m vysoká a je celá ze železa. Spotřebovalo se na ni 8 000 000 kg železa. Chtěl bych si udělat přesný železný model slavné věže, který by vážil 1 kg. Jak bude vysoký?

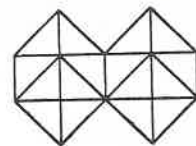
49

Karel narýsoval kružnici o poloměru 5 cm. Potom rozvřel kružítka na 6 cm a vyznačil jím na kružnici dva body 6 cm od sebe vzdálené. Pomocí trojúhelníka je doplnil na obdélník, který byl kružnici vepsán. „Jaký obsah má tento obdélník?“ zeptal se spolužáků, když byl hotov.

120



Obr. 78



Obr. 79

„Čtyřicet osm centimetrů čtverečních,“ zvolal Igor hned, jak Karel dokončil svou otázku.

Ostatní chlapci byli takovou pohotovou odpovědí překvapeni. Když potom obdélník přeměřili, ukázalo se, že Igor má pravdu.

Jak je možné, že Igor tak rychle zjistil obsah obrazce, ačkoli si před tím nezměřil strany?

50

Obrazec na obr. 79 se dá rozdělit na 16 shodných částí. Rozdělte ho a pokuste se z těchto částí složit čtverec.

121



Trpělivost není slabost, ale síla.

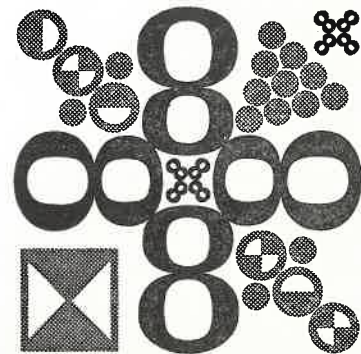
Lidská vůle a práce dokážou zázraky. (Někrasov)

Chceš-li si zachovat vážnost, hovoř málo a rozumně. (J. W. Goethe)

Někteří lidé vydrží dvě minuty nedýchat, dva týdny nepít, měsíce nejíst a několik let — nepřemýšlet.

Lepší je křivdu trpět než ji páchat. (Cicero)

VIII Cvičení důvtipu



1

Vezměte korunovou a některou menší (např. haléřovou) minci. Na list papíru nakreslete přesně tak velký kruh, jako je menší (např. haléřová) mince, a pozorně ho vystříhnete.

Co myslíte, projde koruna tímto otvorem?
Prozradíme vám, že projde. Zkuste to.

2

Rudolf II. měl starobylé zrcadlo. Do jeho rámu ze vzácného dřeva bylo na každé straně v symetrickém obrazci zasazeno patnáct diamantů, jak vidíte na obr. 80. Když dřevo po určitém čase ztrouchnivělo, dal Rudolf II. zrcadlo opravit. Řemeslník zrcadlo zrenoval, zasadil diamanty znovu tak, že opět bylo na každé straně patnáct diamantů v symetrickém obrazci, ale čtyři diamanty si ponechal. Rudolf II. sice na to přišel, ale protože se mu nápad líbil, zloděje nepotrestal. Víte, jak řemeslník diamanty zasadil?

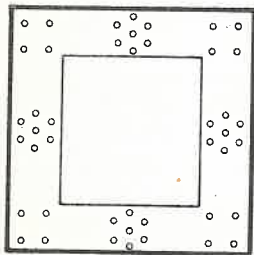
3

Dva různě velké melouny jsou na prodej. Průměr jednoho je o čtvrtinu větší než druhého. První je o polovinu dražší než druhý. Který z nich je výhodnější koupit?

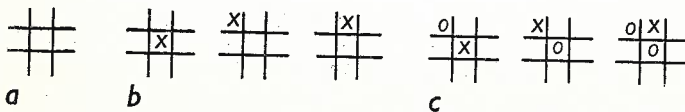
4

Hra má tu přednost, že kromě papíru a tužek nepotřebujete nic jiného. Hrají dva. Jednoho označme *O*, druhého *X*. Dvě svislé a dvě vodorovné čáry tvoří souměrnou dráhu. Takto dostáváme devět čtverečků, do kterých hráči střídavě zapisují svá označení (obr. 81a). Každý z hráčů usiluje o to, aby v některém řádku, sloupci nebo úhlopříčce měl zapsané své tři značky vedle sebe. Který z hráčů první dosáhne, vyhrává. Jde tedy o uskutečnění vlastního cíle a překážení cíle protivníka. Nechť hráč *X* začíná např. takto (podle obr. 81b):

Na tyto kroky hráč *O* nejlépe odpoví takto (obr. 81c): Pokračování již necháme vám, protože celá hra je velmi krátká.



Obr. 80



Obr. 81

5

Máme dva hrnce stejného tvaru a se stejně silnými stěnami. Do prvního z nich se vejde osmkrát víc než do druhého. Kolikrát je první z nich těžší?

6

„U nás je starobylý hrad s krásnou, sochami zdobenou vstupní branou, která vede na široké nádvoří. Nedávno tam něco opravovali a potřebovali i automobilový jeřáb, který jistě dobře znáte. Jeřáb dojel, ale běda, byl o několik centimetrů vyšší než prostor v bráně. Brána měla žulový práh, nahoře byly krásné tepané sošky. Jeřáb se již nedal snížit ani o centimetr. Byl jsem zvědav, co se stane a jak dostanou jeřáb dovnitř. Ale překvapila mě šoférova obratnost a důvtip. Za několik minut byl s jeřábem na nádvoří, aniž by něco poškodil. Udělal to velmi jednoduše...“

Jak byste si počínali na jeho místě?

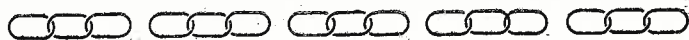
7

Z Leningradu vyletěla přímo na sever vzducholod. Po 500 km cesty severním směrem se obrátila na východ. Když přeletěla 500 km, udělala další obrát — na jih — a takto letěla jižním směrem. Potom se obrátila na západ a po 500 km přistála. Otázka je, kde přistála vzhledem k Leningradu — na západ, na východ, na sever nebo na jih? Anebo přímo v Leningradě?

8

Maminka měla svátek. Děti se dohodly, že jí koupí kytičku fialek. Ale kde je vzít? Právě bylo deštivé počasí a fialky neprodávali.

Jan si vzpomněl, že na druhém konci města viděl fialky u zahradníka ve skleníku. Chtěl pro ně zaběhnout. Otec mu dal 10 Kčs. Jan šel. Nakoupil za osm korun osmdesát fialek. 1,20 Kčs dal za elektriku. Udělali ma-



Obr. 82

mince kytičku, poblahopřáli jí, maminka uvařila čokoládu a všichni byli spokojeni. Nejvíc však Jan, neboť mu zbyly z deseti korun peníze.
Jak je to možné?

9

Mnohým lidem se zdá prodej jízdenek na železnici velmi jednoduchý. Nemají tušení, s jakým počtem jízdenek se pracuje i na malých stanicích. Cestující musí dostat lístek z každé stanice do kterékoli jiné stanice. Představme si trať např. s 25 stanicemi. Co myslíte, kolik různých druhů jízdenek potřebuje železnice pro tuto trať?

10

Vezměte deset mincí, knoflíků, fazolek či jiných předmětů. Rozložte je tak, aby z nich vzniklo pět přímých

Obr. 83



řad, každá řada po čtyřech mincích. Všimněte si, jak dlouho vám trvalo, než jste přišli na správné řešení.

11

Jeden člověk přinesl ke kováři 5 kousků řetězu (obr. 82), každý kus se třemi články, a žádal, aby je spojil v jeden řetěz. Dříve než se pustil kovář do práce, přemýšlel, kolik článků musí rozseknout a opět svařit. Došel k názoru, že musí rozseknout a opět svařit čtyři články. Nešlo by to udělat tak, aby se rozseklo méně článků?

12

Na trati jede rychlík. Před ním se pro nějakou poruchu zdržel osobní vlak. Již je sice v pořádku, ale stojí rychlíku v cestě a do stanice, kde by ho mohl rychlík předjet, je ještě příliš daleko.

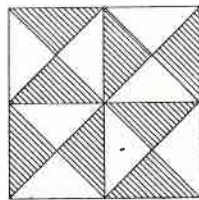
Na cestě je odbočka do továrny, jak je vyznačeno na obr. 83. Ale na vlečku se celý osobní vlak *O*, ani rychlík *R* nevejdou. Otázka zní: Může rychlík *R* pomocí této odbočky předjet osobní vlak *O*? Jestliže ano, navrhněte, jak to udělat. Všechny dopravní předpisy o dopravě vlaku na hlavní trati, pravda, v tomto případě neplatí.

13

Lyžař vypočetl, že jestliže poběží rychlostí 10 km za hodinu, přiběhne do cíle hodinu po poledni; při rychlosti 15 km za hodinu by byl v cíli hodinu před polednem. Jakou rychlostí musí běžet, aby byl v cíli právě v poledne?

14

Pro bystré oči: Kolik trojúhelníků je na obr. 84?



Obr. 84

15

Na normální prázdnou šachovnici postavte pět dam tak, aby ovládaly všechna neobsazená pole šachovnice.

16

Maminka připravovala pro své tři děti topinky na másle, každému jednu. Měla však malou pánvičku, takže se jí do ní vešly nejvíce dvě topinky současně. Děti již byly netrpělivé. Maminka vypočítala, že potřebuje na opečení jedné strany 30 vteřin. To znamená, že topinky budou hotové až za 2 minuty. Ale nejstarší syn byl dobrý matematik a zjistil, že tři topinky by se daly upécti za půldruhé minuty. Poradil to mamince a děti se dočkaly topinek o půl minuty dříve. Jak to maminka udělala?

17

V jedné zásuvce je 10 párů hnědých a 10 párů černých ponožek, v jiné 10 párů hnědých a týž počet párů černých rukavic. Kolik ponožek a kolik rukavic stačí vybrat z každé zásuvky, aby se z nich dal vybrat jeden (libovolný) pár ponožek a jeden pár rukavic?

18

Patnáct mincí lehce uspořádáte do tří řad za sebou, jak to znázorňuje obr. 85.

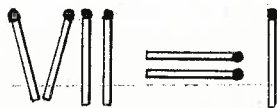
Je však třeba těchto 15 mincí sestavit do obrazce, aby na každé straně bylo 5 mincí, ale na celém obvodu jich má být jen 12 a ostatní tři mají být uvnitř.

Obr. 85



130

Obr. 86



19

V následujícím příkladě jsou číslice nahrazeny hvězdičkami.

$$\begin{array}{r}
 * 1 * \\
 \times \quad 3 * 2 \\
 \hline
 * 3 * \\
 3 * 2 * \\
 * 2 * 5 \\
 \hline
 1 * 8 * 3 0
 \end{array}$$

Umíte doplnit chybějící číslice?

20

Složte sedm zápalek podle obr. 86, který představuje zřejmě nesprávnou rovnost $7 = 1$. Je možno ji opravit libovolným způsobem přemístěním zápalek, a to dokonce třemi způsoby, aniž by se musely zápalky, jejichž počet i znaménko rovnosti zůstávají zachované, lámat?

21

Číslo 24 je možno velmi lehce vyjádřit třemi osmičkami: $8 + 8 + 8 = 24$. Umíte totéž číslo vyjádřit jinými třemi stejnými číslicemi?

22

Dvakrát dvě je někdy pět — tak se nazývala maďarská filmová veselohra, kterou promítali v kinech. Že se podobná věc může stát nejen ve veselohře, ale i v matematice, o tom svědčí rovnost, kterou vám předkládáme k posouzení:

$$4 : 4 = 5 : 5.$$

To je v pořádku. Nyní na každé straně vytkneme společného činitele, tím se přece správnost rovnice nezmění:

$$4 \cdot (1 : 1) = 5 \cdot (1 : 1),$$

131

nebo jinak zapsáno:

$$(2 \cdot 2) \cdot (1 : 1) = 5 \cdot (1 : 1).$$

Všechno děláme podle matematických pravidel. Nyní zkrátíme celou rovnici tím, že obě strany dělíme stejným činitelem (1 : 1) a zůstane nám

$$2 \cdot 2 = 5, \text{ nebo} \\ 4 = 5.$$

Co k tomu řeknete?

23

Akrobati vytvořili pyramidu ve čtyřech stupních. Na zemi stálo 8 akrobatů, nad nimi byli 4 akrobati, nad nimi dva a přímo nahoře stál jeden. Předpokládáme-li, že každý akrobat vážil přibližně 65 kg, vypočtete, jakou váhu nesl přibližně každý akrobat v prvním, druhém a třetím stupni.

24

Utvořte všechna dvojciferná čísla, v nichž jsou na místě desítek některé z číslic 1, 8, 9 a na místě jednotek některé z číslic 2, 4, 6.

25

Pokuste se nahradit znaky na obr. 87 číslicemi 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.

26

Série poštovních známek obsahuje pět známek různých

$$\begin{array}{l} \blacktriangledown \square \bigcirc - \boxtimes \blacktriangledown \triangle = \ominus \blacksquare \square \\ \blacksquare \times \triangle \bigcirc = \triangle \bullet \square \\ \blacksquare \square + \boxtimes \square \bigcirc = \bullet \square \oplus \end{array}$$

Obr. 87

hodnot. Kombinací dvou známek série dostaneme 10 různých hodnot poštovního. Kolik hodnot poštovního se dá složit ze tří různých známek série?

27

JAK : NA = TO, aby TO bylo dvakrát větší než NA?

28

Jak napíšeme nejjednodušeji milión pomocí samých jedniček? (V každé takové úloze se snažíme získat základní tvar 10^6 .)

29

Pokuste se napsat číslo 1 000 osmi stejnými číslicemi. (Kromě číslic je možno použít i znaky pro početní výkony.)

30

Velký ruský básník M. J. Lermontov byl i milovníkem matematiky. Často si uměl i „matematicky“ zažertovat. Například s oblibou dával svým známým rozličné úlohy nebo je žádal, aby si mysleli číslo, které potom uhádl. V pamětech současníků se zachovala tato historie z r. 1841, kdy tenginský pluk byl usazen v Anapě. Starému veliteli praporu, který chtěl poznat jeho matematické vědomosti, Lermontov řekl: „Myslete si číslo, řekněte dvojciferné. Připočtete k němu 25. Ještě přidejte 125. Potom odečtete 37 a odečtete to číslo, které jste si myslel. Nyní rozdíl násobte pěti a výsledek dělte dvěma. Jestliže se nemýlím, dostal jste číslo $282\frac{1}{2}$.“

A bylo to tak. Umíte vysvětlit, v čem spočíval početní trik této matematické zábavy básníka?

31

Na otázku, kolik je vám let, odpověděl milovník hlavo- lamů takto:

„Od trojnásobku mého věku za tři roky odečtete trojnásobek mého věku před třemi roky a vyjde vám právě můj věk.“

Kolik je mu dnes let?

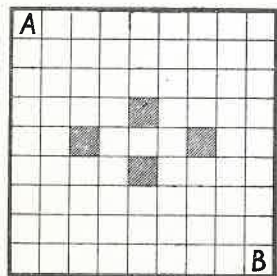
32

Na obr. 88 přejděte jednou čárkou všechna bílá políčka (středem čtverečku) od *A* do *B* tak, aby se čára nikde nekřížovala a aby se vyhnula čtyřem plným čtverečkům, přes které nesmíte jít. Tuto celkem lehkou a mnohoznačnou úlohu trochu ztíží tato další podmínka: první čára z *A* musí být svislá.

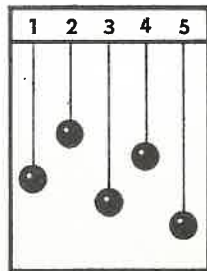
33

V jedné krabici označené *JJ* byla dvě jablka. V druhé krabici označené *HH* byly dvě hrušky a ve třetí krabici s označením *JH* bylo jablko a hruška. Někdo zpřeházal víka krabic tak, že ani jedna neměla správné označení. Můžete sáhnout do libovolné krabice, nesmíte se však do ní podívat, a vybrat jediný plod, který se vám dostane do ruky. Podle tohoto jediného plodu máte uhádnout, co je ve které krabici.

Obr. 88



Obr. 89



34

Pionýr nasbíral do krabičky pavouky a brouky, dohromady 8 kusů. Spočítal jejich nohy a zjistil, že v krabičce je 54 nohou. Kolik je v krabičce pavouků a kolik brouků?

35

Dva dělníci, starý a mladý, bydlí společně v jednom domě a pracují v téže továrně. Mladému trvá cesta do továrny 20 minut, starému 30 minut. Za jak dlouho dohoní mladý dělník starého, jestliže starý vyjde z domova o 5 minut dříve?

36

Kuličky na obr. 89 jsou stejně velké, nikoli však stejně těžké, neboť jedna je z olova, další zase z cínu, zinku, železa a hliníku. A nyní vaše úloha: Abyste mohli zjistit, která kulička je z jakého materiálu, rozluštěte dále uvedená přirovnání:

Kulička č. 1 je lehčí než kulička číslo 3, 5 je těžší než 2, 4 je lehčí než 1, 3 je těžší než 5, 2 je lehčí než 1, 4 je lehčí než 3, 5 je těžší než 1, 2 je těžší než 4, 4 je lehčí než 5, 2 je lehčí než 3. Jenže víme i to, že podle váhy je nejtěžší olověná kulička, potom kulička z cínu, zinku, železa a hliníku. Ostatní je už jen otázka trpělivosti.

37

Na stole jsou tři hromádky zápalek. Celkem je jich 48. Jestliže z první hromádky přeložíme do druhé tolik, kolik jich v druhé hromádce již je, potom z druhé do třetí, kolik jich bylo předtím ve třetí a konečně z třetí do první tolik, kolik jich právě zůstalo v první, bude ve všech hromádkách týž počet zápalek. Kolik jich bylo v každé hromádce na začátku?

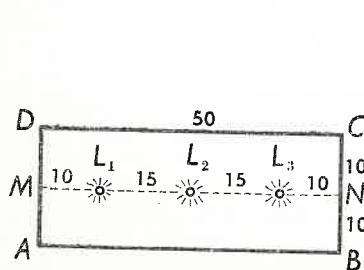
38

Kluziště má tvar obdélníka $ABCD$ (obr. 90) s rozměry 50 m a 20 m. Je osvětlené třemi lampami L_1, L_2, L_3 , které jsou zavěšené nad přímkou MN (body M, N jsou středy stran AD, BC). Každá lampa osvětluje přímo kruh s poloměrem 10 m. Narýsujte obrázek a vyčárkováním vyznačte ty části kluziště, které nejsou přímo osvětlené.

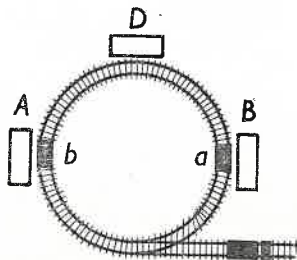
39

V továrně, kde se vyráběly různé chemické látky, měli dvě cisterny, do kterých se přecerpávaly velmi nebezpečné hořlavé látky pro další zpracování. Cisterny byly označeny písmeny A a B . Byly na obvodě kolejí, které vedly kolem závodu. Uprostřed mezi nimi však byla dílna D (dostatečně vzdálená), kde se pracovalo s ohněm. Vozy s hořlavinami nesměly proto tímto úsekem projíždět. Tudy mohla však projet lokomotiva, která vozy posunovala. Jednou se stalo, že vozy byly přistaveny opačně, vůz b před cisternou A , vůz a před cisternou B ; lokomotiva stála mimo okruh (viz obr. 91). Poradte, jak oba vozy přemístit na správná místa tak, aby neprojely kolem dílny, kudy mají zakázanou cestu.

Obr. 90



Obr. 91



136

40

Jistý kapitán se plavil kolem světa. Dostal se do velmi zajímavých zemí a prožil mnohé neuvěřitelné příhody. Jednu z nich nám nedávno vyprávěl při večeři.

„Plavali jsme po rozbouřeném moři. Ze všech stran se na nás valily vysoké ledové kry, které mohly rozdrtit naši křehkou loď. Hrozilo nám velké nebezpečí. Proto jsem stál u kormidla a díval se dalekohledem dopředu. Stmívalo se. Proto jsem rozestavil hlídky i na boky lodě. Pojednou se stala podivná věc. Jeden námořník stál u zábradlí a díval se na západ. Na druhé straně lodě stál u zábradlí jiný námořník a díval se na východ. Oba námořníci se dobře viděli.“

Uměli byste určit, kde byla loď?

41

Již ve starších zábavných sbírkách úloh najdete tento příklad: Tři pocestní přišli unaveni do hostince a žádali o nocleh. Hostinský je uložil v sále na seně. Jelikož byli hladoví, přinesl jim i vařené brambory. Pocestní mezitím únavou usnuli. Když se první vzbudil a uviděl brambory, snědl z nich svou třetinu. Za chvíli se probudil druhý. Nevěděl, že se již jeden najedl, snědl proto třetinu z toho, co bylo na míse. Totéž udělal za chvíli i třetí.

Za chvíli přišel hostinský a odnesl mísu, na které bylo 8 brambor. Kolik jich bylo původně na míse?

42

Pan XY staví chatu. Již dříve si koupil pozemek, který má tvar čtverce. Za 1 m^2 zaplatil 2 Kčs. Pozemek se mu však zdál malý. Přikoupil další kus. Parcela i po zvětšení má tvar čtverce, ale jeho strana je o 10 m delší, než měl původní pozemek. I za tuto část zaplatil pan XY po 2 Kčs za 1 m^2 . Přikoupený pozemek ho stál 1 000 Kčs.

137

Jak velký je nyní pozemek a kolik za něj zaplatil dohromady?

43

Tři bratři šli domů z divadla. Čekali na stanici na elektriku, která dlouho nepřijížděla.

První řekl: „Nebudu tu zbytečně čekat, půjdu napřed a jakmile mě elektrika dohoní, nasednu a budu tak dřív doma.“

Druhý řekl: „To já zas půjdu na opačnou stranu, tak potkám elektriku dřív než vy.“

Třetí neřikal nic, byl pohodlný a čekal na stanici.

Kdo z nich byl dříve doma, předpokládáme-li, že bydleli stejně daleko a že dva, kteří šli pěšky, zastihli elektriku vždy právě na stanici?

44

Prodavač má v šesti koších vejce; v některých koších slepičí, v některých kachní, vždy však jen jeden druh. Počet vajec v jednotlivých koších je tento:

1. koš 5 vajec, 2. koš 23 vajec, 3. koš 6 vajec,
4. koš 29 vajec, 5. koš 12 vajec, 6. koš 14 vajec.

Který koš prodavač prodal, jestliže mu zůstalo dvakrát tolik slepičích vajec než kachních?

45

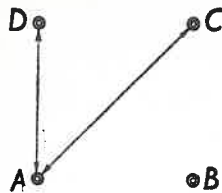
Nejdříve stará známá úloha: Položte vedle sebe 10 zápalek a udělejte z nich 5 ležatých křížků tak, že vždy přeložíte zápalku přes dvě sousední zápalky. Hotový křížek znamená samozřejmě dvě zápalky.

A k tomu nová úloha: Dejte vedle sebe 15 zápalek a udělejte z nich 5 skupin po 3 zápalkách tak, že jednotlivé zápalky budete překládat vždy přes tři zápalky. Zápalky si očísľujte od 1 do 15 a postup zapište.

46

Dva otcové dali svým synům peníze. Jeden dal svému

138



Obr. 92

synovi 150 Kčs a druhý 100 Kčs. Počet korun obou synů se zvětšil jen o 150 Kčs. Jak je to možné?

47

Umíte postavit čtyři láhve tak, aby jejich otvory byly navzájem od sebe stejně vzdálené? Pozor! Určitě není možné je postavit do vrcholů čtverce. Podívejte se na obr. 92.

Je zřejmé (podle obr. 92), že vzdálenost AD se nerovná vzdálenosti AC . Poradíme vám. Vzpomeňte si, ve kterém tělese jsou všechny vrcholy od sebe stejně vzdáleny.

139

Jestliže někdo hovoří zbytečně mnoho, je to proto, že nemá co říci.

Přiznání chyby je poloviční nápravou.

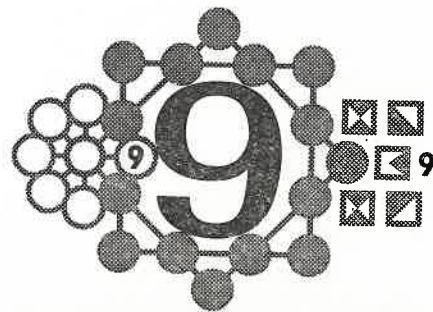
Přítele napomeň soukromě, pochval ho veřejně.

Jen rovný strom má i rovný stín.

Mnozí mnoho znají.

Učený člověk má vždy v sobě bohatství.

IX Hry s čísly



1

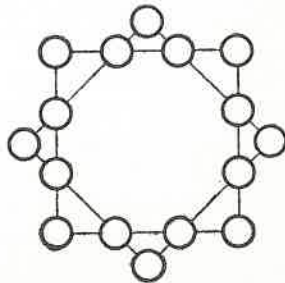
Číslo od 1 do 16 je třeba rozmístit do bodů na obr. 93 tak, aby součet ve vrcholech každého čtverce a součet čísel na každé straně čtverce se rovnal 34.

2

Číslo 30 je možno napsat pomocí tří stejných číslic několika způsoby. Například takto: $6 \times 6 - 6 = 30$.
Pokuste se najít i jiné způsoby.

3

- a) Žák měl násobit určité číslo osmnácti a od součinu odečíst 24, ale omylem násobil dané číslo dvanácti a k součinu přičetl 24.



Obr. 93

Ačkoli výkony byly chybné, žákovi vyšel správný výsledek. Najděte příslušné číslo.

- b) Žák měl dělit určité číslo třemi a k podílu přičíst 12. Omylem násobil dané číslo třemi a od součinu odečetl 12.

Ačkoli udělal jiné výkony, dostal správný výsledek. Jaké číslo měl dělit?

4

Máme tři čísla. Napíšeme je vedle sebe. Potom mezi ně napíšeme dvě znaménka pro sčítání (+) a výsledek vypočteme. Je zajímavé, že když položíme mezi čísla místo stojatých křížků ležaté (×), bude výsledek týž. Můžeme si to znázornit pomocí rovnice:

$$x + y + z = x \times y \times z$$

Která jsou to čísla?

5

Nahradte v mozaice na obr. 94 čtverečky číslicemi tak, aby označené výkony v řádcích i sloupcích byly správné. Každá číslice je zašifrována jedním čtverečkem a různé číslice různými čtverečky.

6

Součet číslic trojčiferného čísla se rovná nejmenšímu z dvojciferných čísel. Číslice desítek je třikrát větší než číslice jednotek. Když se krajní číslice přehodí na místo druhé krajní číslice, číslo se nezmění. Které číslo to je?

Obr. 94

$$\begin{array}{r} \blacksquare \square \blacksquare + \blacksquare \blacksquare \blacksquare = \blacksquare \blacksquare \blacksquare \\ \blacksquare \blacksquare \blacksquare - \blacksquare \blacksquare \blacksquare = \blacksquare \blacksquare \blacksquare \\ \blacksquare \blacksquare \blacksquare : \blacksquare \blacksquare \blacksquare = \blacksquare \blacksquare \blacksquare \\ \blacksquare \blacksquare \blacksquare + \blacksquare \blacksquare \blacksquare = \blacksquare \blacksquare \blacksquare \end{array}$$

A		B	
	C		D
E		F	
	G		H

Obr. 95

7

Jaká celá čísla nahrazují písmena na obr. 95, jestliže víme, že součin

$$A \cdot B = 35, \quad A < B, \quad A, B \text{ jsou celá čísla,}$$

$$A + B = C$$

$$D = B - A$$

$$E = \frac{1}{2} C$$

$$F = 2D$$

$$G = 2A$$

$$H = F \cdot G?$$

8

Žák měl násobit číslo čtyřmi. Místo toho ho omylem děлил čtyřmi. Kolikrát je výsledek, který dostal, menší než správný?

9

Vypočtete $1^2, 11^2, 111^2, 1111^2, 9^2, 99^2, 999^2, 9999^2$. Čím jsou výsledky zajímavé?

10

Na místa označená tečkami je třeba vepsat čísla tak, aby v každém sloupci byl součet 55; přitom není přípustné opakování týchž číslic.

$$\begin{array}{r} 10 \quad . \quad . \quad 12 \quad 7 \\ . \quad 5 \quad 15 \quad 3 \quad 25 \\ 8 \quad . \quad 20 \quad . \quad . \\ . \quad 30 \quad . \quad . \quad . \\ \hline 55 \quad 55 \quad 55 \quad 55 \quad 55 \end{array}$$

11

Jsou daná dvě čísla: 280 a 40. Kolikrát je třeba odečíst od prvního čísla číslo 8 a k druhému přičíst totéž číslo, aby se rozdíl rovnal 0?

12

Všechny známé a přátele překvapíte novým trikem. Nechtě si myslí dvě jednociferná čísla od 1 do 9. Jedno číslo nechtě vynásobí pěti, k výsledku přičtou sedm. Co vyjde, nechtě násobí dvěma a k součinu přičtou druhé číslo. Řeknou-li vám výsledek, odečtete od něho 14 a dostanete obě čísla.

Je to jistě pěkná úloha. Chceme od vás vysvětlení, jak je to možné, že na konec vyjdou vedle sebe obě hledaná čísla, a to i tehdy, jestliže pořadí převrátíte.

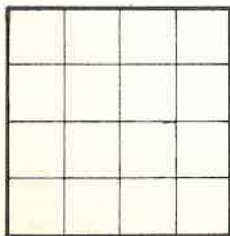
13

Žáci dostali na opakování za úlohu vypočítat tyto příklady:

- a) $68 \cdot 48 + 68 \cdot 52$ $328 \cdot 400 + 328 \cdot 600$
 $59 \cdot 37 + 59 \cdot 63$ $468 \cdot 936 + 468 \cdot 64$
 b) $352 \cdot 18 : 9$ $172 \cdot 256 : 128$
 $748 \cdot 36 : 18$ $640 \cdot 720 : 180$

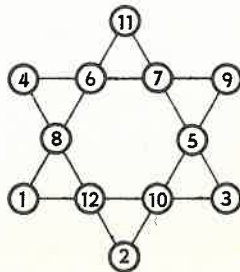
Jeden žák hned psal výsledky. Jak je to možné?

Obr. 96



146

Obr. 97



14

Použijte čísla od 1 do 8, a to každé dvakrát, a vpište je do 16 čtverečků, které vidíte na obr. 96. To však není všechno. Musíte je rozmístit tak, aby jejich součet ve vodorovných i svislých řádkách byl 18.

15

Napište číslo 12 vždy jen pomocí jedné číslice (to znamená, že např. k vyjádření čísla 12 použijete tutéž číslici např. 5krát).

16

Čísla 12 a 60 mají zajímavou vlastnost: Jejich vynásobením vznikne desetkrát větší číslo než jejich sečtením:

$$12 \cdot 60 = 720, \quad 12 + 60 = 72.$$

Existují i další podobné dvojice? Uměli byste je najít? Kolik jich je?

17

Šestiramenná číselná hvězda na obr. 97 má „magickou“ vlastnost. Všechny šest řad čísel má stejný součet, a to 26. Zdokonalte tuto hvězdu tak, že i součet ve vrcholech bude 26. Použijte k tomu jen ta čísla, která jsou již v hvězdě uvedena.

18

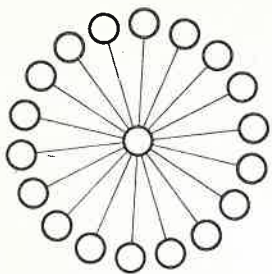
Písařka píše na stroji přirozená čísla (bez mezer) 1234567891011121314...

Kterou číslici napíše při stém úderu?

19

Vepište do 19 kroužků uvedených na obr. 98 všechna čísla od 1 do 19 tak, aby součet čísel v libovolných třech kroužcích ležících na jedné přímce byl 30.

147



Obr. 98

20

Na osm papírků napište 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9 a rozdělte je do dvou sloupců, jako je to na obr. 99.

Přemístěte dva papírky tak, aby součty v obou sloupcích byly stejné.

21

Čtyři celá čísla, která jdou za sebou, mají tuto vlastnost: Jestliže vynásobíte první číslo čtvrtým a druhé třetím a výsledky sečtete, dostanete stejný výsledek, jako byste všechna čtyři čísla sečetli.

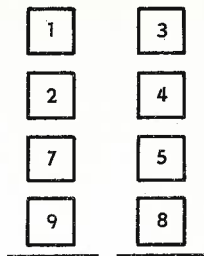
O která čísla jde?

22

Pomocí libovolných aritmetických výkonů sestavte číslo 100 buď z pěti jednotek, nebo z pěti pěttek.

23

Řecký filosof Platón udává v jednom svém pojednání, že nejvhodnější počet obyvatelstva v městě je daný číslem, které je dělitelné 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10. Je to právě číslo 5 040, nejmenší číslo těchto vlastností. Je jistě vhodnou úlohou i pro počítaře-začátečníky překontro-



Obr. 99

lovat uvedené Platónovo číslo, přesvědčit se, zda je skutečně dělitelné uvedenými čísly a zda je doopravdy jejich nejmenším společným násobkem.

24

Řekněte příteli, aby napsal pod sebe tolik vícemístných čísel, kolik chce. Nebudete se na to dívat. Jakmile čísla napíše, rychle k nim připíšete stejný počet čísel a hned mu řeknete i jejich součet.

Např. váš přítel napíše tato čísla:

7 621
5 348
2 573

Vy pod tato čísla připíšete čísla, jejichž číslice se s číslicemi daných čísel doplňují na číslo 9:

2 378
4 651
7 426

Jestliže nyní máme vlastně sčítat tři sčítance, z nichž každý je 9 999, je jejich součet $3 \cdot 9\,999$, který se dá velmi lehce vypočítat i tak, že třemi násobíme číslo 10 000 a od toho odečteme číslo 3, takže výsledek je 29 997.

25

Přišli jsme na zajímavé číslo. Je to 3 025. Rozdělte-li ho na dvě části, 30 a 25, tyto části sečtete a umocníte dvěma, dostanete opět původní číslo:

$$(30 + 25)^2 = 3\,025.$$

Zjistili jsme, že existují ještě dvě čísla, která mají podobnou vlastnost. Podaří se vám je najít?

26

Napište pod sebe nějaká dvě libovolná velká přirozená čísla. Připíši k nim třetí a okamžitě napíši součet všech tří čísel.

Např. napsali jste čísla: 72 603 294

51 273 081

Já připíši číslo 48 726 918

a součet bude 172 603 293, který jsem napsal bez sčítání.

Jak se to dělá?

27

Jak napíšeme milion samými devítkami?

28

Dejte svému kamarádovi dvě mince: jednu se sudým počtem haléřů a druhou s lichým počtem haléřů (např. desetihaléř a pětihaléř). Jednu minci má dát do pravé ruky tak, abyste to neviděli. Máte uhádnout, ve které ruce má desetihaléř a ve které pětihaléř.

Řekněte mu, aby vynásobil počet haléřů mince, kterou má v pravé ruce, třemi a počet haléřů mince, kterou má v levé ruce, dvěma. Výsledky nechť sečte a poví vám jen konečný součet.

Je-li tento součet sudý, má v pravé ruce desetihaléř, je-li lichý, má desetihaléř v levé ruce.

Vysvětlete, proč to tak musí být, a uvažujte, jak by se dal tento trik obměnit.

29

Nahraďte v této úloze písmena číslicemi tak, aby naznačené výkony v řádcích i sloupcích byly správné.

$$ACH - HJ = FDH$$

$$\begin{array}{r} \cdot \\ B \times AE = EHB \\ BA + GD = EEF \end{array}$$

30

Najděte 8 lichých čísel, jejichž součet bude 20. (Sčítance se mohou opakovat.)

Najděte všechna možná řešení a zjistěte, kolik mezi nimi

150

bude takových součtů, které obsahují nejvíce navzájem různých sčítanců.

31

Napište čísla od 1 do 10 pomocí čtyř 7, přičemž můžete používat znamének sčítání, odčítání, násobení a dělení. Např. $1 = 77 : 77$ nebo $1 = (7 + 7) : (7 + 7)$.

32

Máme tato čísla:

111
333
555
777
999

- Je třeba nahradit dvanáct číslic nulami tak, aby při sčítání vyšlo 20.
- Zaměňte nulami 9 číslic tak, aby součet byl 1 111.
- Zaměňte nulami 8 číslic tak, aby součet byl 1 111.
- Zaměňte nulami 6 číslic tak, aby součet byl 1 111.
- Zaměňte nulami 5 číslic tak, aby součet byl 1 111.

33

Na opakování dostali žáci vypočítat tyto příklady:

$$72 \cdot 11, 57 \cdot 11, 352 \cdot 11, 568 \cdot 11.$$

Jeden žák tyto příklady vypočítal tak, že hned psal výsledky:

$$72 \cdot 11 = 792, 57 \cdot 11 = 627, 352 \cdot 11 = 3\,872,$$

$$568 \cdot 11 = 6\,248.$$

Jak uměl tak rychle řešit tyto příklady?

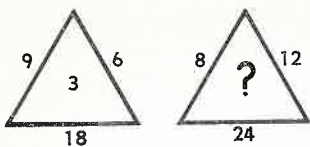
34

Jaké číslo patří do pravého trojúhelníka na obr. 100 místo otazníku, aby mezi čísly platil stejný vztah jako v levém trojúhelníku?

35

Karel byl vždy dobrý matematik. Jednou ho poslala

151



Obr. 100

matka nakoupit zeleninu a ovoce. Karel si vybral zboží a hlásil prodavači svůj nákup:

„2 kg hroznů po 9 Kčs, za 5,40 Kčs svazky zeleniny, 3 kg jablek, 6 kg švestek. Zač jsou jablka a švestky, nevím.“

Prodavač si psal ceny na papírek, ale tak, že to Karel neviděl.

„Platíte 53,50 Kčs“ — ohlásil Karlovi.

„Jistě jste se zmýlil,“ — namítl Karel.

Prodavač se znovu naklonil nad papírkem — a doopravdy. Omluvil se Karlovi, oznámil mu novou cenu o něco vyšší. Karel bez váhání zaplatil a odešel.

Vaší úlohou je zjistit, jak mohl Karel vědět, že se prodavač zmýlil?

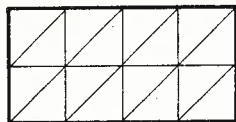
36

Vepište prvních 16 přirozených čísel do 16 polí čtverce tak, aby součty čísel v každém řádku, v každém sloupci i v obou úhlopříčkách byly stejné.

37

Máte před sebou zvláštní ornament, složený ze 16 trojúhelníků (obr. 101). Některé skupiny čtyř navzájem přilehlých trojúhelníků tvoří větší trojúhelníky.

Vepište do každého trojúhelníku jedno z čísel od 1 do 16 (každé číslo jen jednou) tak, aby součet čísel v kterémkoli ze 6 velkých trojúhelníků byl 34.



Obr. 101

38

Vaší úlohou je najít čtyřciferné číslo, ve kterém se opakují dvě číslice podle vzorce *aabb*, které by bylo druhou mocninou nějakého jiného čísla. Bude to dvojciferné číslo zapsané stejnými číslicemi.

39

Najděte 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 atd. jednociferných čísel, jejichž součet a součin jsou stejná čísla.

40

Našli jsme několik dvojic dvojciferných čísel s touto zajímavou vlastností: součin čísel dvojice se nezmění, jestliže u obou číselů změním pořadí číslic:

$$12 \cdot 42 = 21 \cdot 24$$

$$13 \cdot 62 = 31 \cdot 26$$

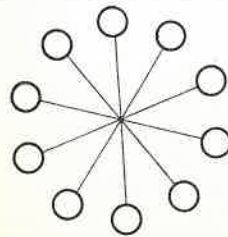
$$23 \cdot 96 = 32 \cdot 69$$

Existuje ještě více takových dvojic? Pokuste se, zda nějaké najdete.

41

Na koncích průměrů kruhu jsou napsaná všechna čísla od 1 do 10 tak, jak to vidíte na obr. 102. V jednom případě se součet sousedních čísel rovná součtu protilehlých čísel.

$$10 + 1 = 5 + 6$$



Obr. 102

Přemístěte daná čísla tak, aby součet kterýchkoliv dvou sousedních čísel se rovnal součtu příslušných protilehlých čísel.

Zkuste najít takový způsob řešení, aby vám umožnil určit i počet všech možných řešení.

42

Existují dvojice čísel, jejichž součet a součin se od sebe liší jen pořadím číslic. Uvedeme některé:

$$\begin{array}{ll} 9 + 9 = 18 & 9 \cdot 9 = 81 \\ 47 + 2 = 49 & 47 \cdot 2 = 94 \\ 497 + 2 = 499 & 497 \cdot 2 = 994 \end{array}$$

Vaší úlohou je najít další takové dvojice.

43

Již jsme vám tu představili velmi mnoho zajímavých čísel. Přinášíme ještě jedno další:

12 345 679

Jestliže ho násobíte nejdříve libovolným jednomístným číslem a výsledek ještě devíti, bude mít v konečném výsledku všechny číslice stejné a budou to číslice shodné s prvním násobitelem. Například:

$$\begin{array}{l} 12\ 345\ 679 \cdot 7 = 86\ 419\ 753 \\ 86\ 419\ 753 \cdot 9 = 777\ 777\ 777 \end{array}$$

Zkuste to ještě s jinými násobiteli. Můžete vysvětlit tuto zvláštnost čísla?

44

Petr napsal číslo 12 345 679 a ptal se Jana:

„Která z číslic napsaných v daném čísle se ti nejvíce líbí?“

Jenda odpověděl, že číslice 5.

Petr mu řekl:

„Násob dané číslo číslem 45 a dostaneš číslo napsané tvými oblíbenými číslicemi.“

Jenda to udělal a podivil se, jak to mohl Petr předvídat. Vysvětlete.

45

Karel s Vaškem byli na houbách. Karel nasbíral první den 28 hřibů, druhý den 25, třetí den 36, čtvrtý den 42 a pátý den 47 hřibů.

Vašek nasbíral první den 36, druhý den 28, třetí den 47, čtvrtý den 25 a pátý den 42 hřibů.

Povězte bez sčítání, kdo z nich nasbíral více hub.



Kdo nechce poslouchat rodiče, bude poslouchat kata.

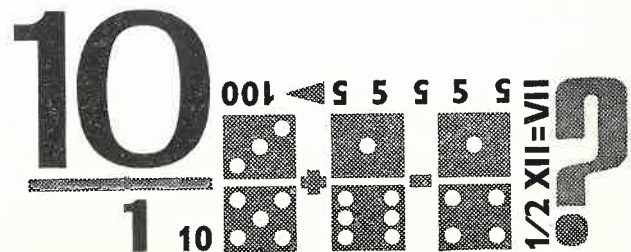
Dokonalost spočívá v maličkostech, ale dokonalost není maličkost. (Michelangelo)

Kdo hodně čte, hodně zná.

Myšlenky skáčou jako blechy z člověka na člověka, ale ne každého pokoušou. (S. J. Lec)

Druhému často odpouštěj, ale sobě nikdy.

X Zábavné louskání zlomků



1

Rozdělte obdélník na obr. 103, z něhož je vyřezaná čtvrtina, na čtyři shodné části.

2

Číslo 100 je možno vyjádřit rozličnými způsoby. Umíte ho vyjádřit 6 devítkami?

3

Kolik je nyní hodin, jestliže čas, který uplynul od poledne, tvoří třetinu času, který uplyne do půlnoci.

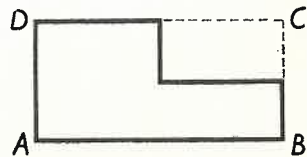
4

Umíte napsat číslo 100 pěti trojkami?

5

V zahradě rostou jabloně a višně. Polovina všech višní

Obr. 103



a $\frac{1}{4}$ všech jabloní je právě tolik, kolik je všech višní.
V zahradě je celkem 360 stromů. Kolik jabloní a kolik višní je v zahradě?

6

Jednou z úloh matematické soutěže bylo vyjádřit 1 000 000 pomocí nejmenšího počtu stejných číslic. Tak např. milion pomocí samých pětěk je možno napsat takto:

$$(5 + 5)^{5 + \frac{5}{2}}$$

Zkuste to napsat pomocí šestek.

7

Jestliže se k $\frac{1}{2}$ mých peněz přidá 80 haléřů, budu mít $\frac{3}{4}$ svých peněz. Můj bratr má tolik peněz, jež tvoří $\frac{3}{2}$ mých. Kolik peněz mám já a kolik má bratr?

8

K vyřešení naší úlohy stačí základní vlastnosti krácení zlomků — zkuste tudíž nahradit písmena číslicemi:

$$\frac{ABBBBBB}{BBBBB5} = \frac{A}{5}$$

9

Které nejmenší kladné číslo je možno napsat dvěma číslicemi?

10

Dva občané šli z obce do města. Když přešli $\frac{1}{3}$ cesty, sedli si a odpočívali.

„Kolik cesty ještě máme?“ — zeptal se jeden z nich.

„Ještě máme o dvanáct kilometrů více, než jsme ušli,“ — zněla odpověď.

Jak daleko je z obce do města?

11

Již několikrát jsme vyjádřili hodnotu některého čísla určitým počtem stejných číslic. Všimněme si nyní čísla 37. Dá se napsat pěti trojkami:

$$37 = 33 + 3 + \frac{3}{3}$$

Zdá se, že to není nic zvláštního. Proto zkuste napsat 37 pěti trojkami, ale jinak, než jsme uvedli.

12

Umíte najít dvě taková čísla, že

a) jejich součin se rovná jejich součtu;

b) jejich součin se rovná jejich rozdílu?

13

— Kolik žáků je ve vaší třídě? — zeptal se Jožka svého bratra Ferdy.

Ferda odpověděl: — Jestliže k počtu žáků naší třídy přidám stejný počet a ještě polovinu z něho, bude to sto.

Kolik žáků bylo ve třídě?

14

Matka koupila 20 jablek. Když děti snědly 7 jablek, jedno řeklo:

„Zůstala $\frac{1}{2}$ z toho, co bylo, a ještě 3 jablka.“

Druhé řeklo:

„Zůstaly $\frac{3}{5}$ z toho, co bylo, a ještě 1 jablko.“

Měly děti pravdu? Dalo by se to říci ještě jinak?

15

Lev sežere ovci za 2 hodiny, vlk za 3 hodiny a liška za 6 hodin. Za jak dlouho by ji sežrali společně?

16

Jistý chovatel kanárků nám vyprávěl, jaké znamenité

zpěváky chová. Pochválil se, že měl tentokrát štěstí. Vylhli se mu kanárce, kteří se každému líbili. Hned první návštěvník koupil polovinu sbírky a půl kanárka, druhý si vzal polovinu zbytku a půl kanárka. Potom dal polovinu zbytku a půl kanárka švagrovi a sám si nechal párek nejlepších na chov. Zdá se nám nemožné, jak mohl prodávat kanárky po polovinách. Pro jistotu jsme se zeptali, zda se při výpočtu nezmýlil. Chovatel trval na svém, že jeho záznamy jsou správné.

Předkládáme tuto složitou úlohu a ptáme se, co dělali kupující i švagr s polovinami kanárků. Ať již to bylo jakkoli, chceme především vědět, kolik kanárků měl náš chovatel původně, kolik jich prodal a svým příbuzným rozdál po polovinách.

17

Matka koupila zákusky a položila je do skříně. Jan přišel ze školy, našel zákusky a polovinu jich snědl.

Ondřej přišel ze školy druhý. Našel zákusky a snědl zase polovinu. Ferda přišel třetí a zase snědl polovinu z toho, co našel.

Když večer matka vzala mísu se zákusky, byl na ní jen jeden zákusek. Kolik zákusků matka koupila?

18

V knihovně bylo 360 knih pro dospělé a 240 knih pro mládež. Když se knihovnice zeptali, kolik je v knihovně knih, odpověděla:

„V knihovně je 600 knih, z toho jsou $\frac{3}{5}$ pro dospělé a $\frac{2}{5}$ pro děti.“

Odpověděla správně?

19

Vnuček se zeptal dědečka:
„Kolik je ti let?“

162

Dědeček odpověděl:

„Jestliže budu žít ještě polovinu z toho, co jsem žil a ještě jeden rok, bude mi 100 let.“

Kolik let je dědečkovi?

20

Umíte napsat číslo 31 pomocí pěti trojek? Např.

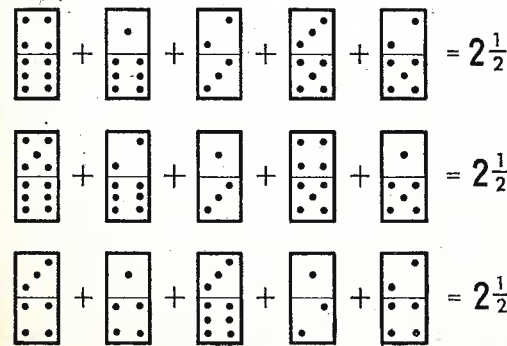
$$31 = 3^3 + 3 + \frac{3}{3}$$

21

Družstevnice donesla do města vejce na prodej. Prvnímu kupci prodala $\frac{1}{2}$ všech vajec a ještě jedno vejce. Druhý koupil polovinu zbytku a ještě 1 vejce. Třetí koupil polovinu z nového zbytku a ještě 1 vejce. Družstevnici zůstalo 5 vajec. Kolik vajec donesla do města?

22

Patnáct kostek z domina na obr. 104 nám představuje zlomky. V každé řadě je součet těchto zlomků $2\frac{1}{2}$. Těchto 15 kostek je třeba sestavit do tří řad tak, aby součet v každé řadě byl 10. Řešení je několik.



Obr. 104

163

23

Když byl cestující ve vlaku v polovině cesty, usnul. Po probuzení zjistil, že má jet ještě pětinu té cesty, kterou projel ve spánku. Jakou část cesty zaspal?

24

Obyčejné zlomky je možno někdy zjednodušit (zkrátit). Prohlédněte si pozorně například tyto dva zlomky:

$$\frac{MM5}{N5} = 5 \quad \frac{MMMM5}{NNN5} = 5$$

Je tu zřejmě jakási příbuznost. Vaší úlohou je nahradit písmena číslicemi, aby platilo zjednodušení.

25

Všiml jsem si, že mé hodinky ve dne ($\frac{1}{2}$ dne) předbíhají správný čas o půl minuty, v noci ($\frac{1}{2}$ dne) se zase zpožďují o $\frac{1}{3}$ minuty.

Ráno 1. května ukazovaly správný čas. Který den půjdou napřed o 5 minut?

26

Archiméda zabil r. 212 př. n. l. římský voják při dobývání Syrakus. Macellus dal z úcty k němu postavit pomník, na němž byl podle Archimédova přání obrazec znázorňující poměr objemu koule a válce se shodným průměrem a výškou. V r. 75 př. n. l. poznal Cicero podle obrazce Archimédův pomník a dal ho opravit.

Archimédes si na tomto poměru velmi zakládal. Umíte ho najít? Opakujeme: Jde o poměr objemu koule a válce, jehož průměr a výška se rovnají průměru koule.

27

Jenda chodí do školy pěšky a má to dost daleko. Ve čtvrtině cesty od domu do školy je budova strojní

164

a traktorové stanice, jež má v průčelí elektrické hodiny, a v jedné třetině cesty je železniční stanice.

Když šel okolo traktorové stanice, bylo na hodinách půl osmé a když přišel k železniční stanici, ukazovaly hodiny za 10 minut tři čtvrtě na osm. Kdy vyšel Jenda z domu a kdy přišel do školy?

28

Karel měl v osm hodin trénink s Igozem. Zpozdil se však, ale utěšoval se, že Igor též přijde pozdě o čtvrt hodiny, a tak se oba setkají zároveň. Když Karel přešel čtvrtinu cesty k místu tréninku, podíval se na hodinky. Bylo právě půl osmé. V jedné třetině cesty si opět zkontroloval čas. Hodinky ukazovaly za deset minut tři čtvrtě na osm.

Přijde včas na trénink? Můžete zjistit, v kolik hodin vyšel z domova a kdy přijde na místo tréninku? Čekal Igor nebo musel čekat Karel?

29

Budík se zpožďuje o čtyři minuty za hodinu; před $3\frac{1}{2}$ hodinami jsme ho přesně nařídili.

Nyní je na hodinách, které ukazují přesný čas, právě dvanáct hodin.

Za kolik minut bude i na budíku dvanáct hodin?

30

Družstvo dostalo dva nové traktory. Chtělo je co nejvíce využít. Přidělilo k nim dva řidiče, Karla a Pavla. Aby zjistili, který z nich je šikovnější, určili každému z nich zorat stejně velkou plochu pole.

Oba traktoristé usilovně pracovali. Ale koncem prvního dne zjistili, že Karel zoral jen polovinu plochy, kterou měl ještě zorat Pavel, Pavel měl zorat ještě polovinu toho, co zoral první den.

165

Oba však chtěli být hotovi současně. Kolikrát musel nyní Karel zvýšit svůj výkon, aby dokončil určenou práci současně s Pavlem?

31

Ze 7 zápalek je složeno číslo $\frac{1}{7}$. Změňte tento zlomek na $\frac{1}{3}$ tak, že počet zápalek nezměníte, jen jednu zápalku přemístíte.

32

Sběratel má devět svazků naučného slovníku v malé příruční knihovně ve dvou poličkách. Jednotlivé svazky do ní ukládá podle toho, jak mu to momentálně vyhovuje. Tím vznikají nahoře i dole různá čísla. Všiml si, že podle toho, jak jsou uloženy svazky, představují náhodou zlomek, který se rovná jedné polovině:

$$\frac{6\ 729}{13\ 458} = \frac{1}{2}.$$

Dále zjistil, že přemístováním svazků se dají vytvořit nejrůznější zlomky:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8} \text{ nebo } \frac{1}{9}.$$

Najdete všechny uvedené kombinace?

33

Jestliže k čitateli a jmenovateli zlomku $\frac{1}{3}$ přičteme jeho jmenovatele, hodnota zlomku se zdvojnásobí.

Najděte takový zlomek, jehož hodnota se po přičtení jmenovatele k čitateli i k jmenovateli a) ztrojnásobí, b) zečtyřnásobí.

34

Číslo 40 je ve srovnání s číslem 32 větší o 25 %. O kolik procent je číslo 32 menší než číslo 40?

35

Jenda šel do města nakupovat. Od maminky dostal 18 Kčs. Když se vrátil, ptala se ho sestra:

„Zbylo ti hodně peněz?“

„Uhádni,“ řekl Jenda. „Polovinu jsem zaplatil za pomeranče, $\frac{1}{3}$ za cukroví a $\frac{1}{6}$ za sešit.“

Sestra hned odpověděla, že mu nezůstalo nic. Jak to zjistila?

36

Nakopané černé uhlí obsahuje 2 % vody. Po určitém čase se však vlivem povětrnostních poměrů zvětší obsah vody na 13 %. O kolik procent se zvětší váha vykopaného uhlí?

37

Někdo se doslechl, že jistý vynálezce vymyslel vynález, který umožňuje ušetřit 30 % paliva, druhý 45 % a třetí 25 % paliva. A tak si ten člověk pomyslel, že použije všechny tři vynálezy a najednou ušetří 100 % paliva ($45 + 30 + 25 = 100$). Je to možné? Kolik procent skutečně ušetřil?

38

Kolik je polovina z 12? Jistěže 6, odpovíte. V jednom případě je to však přece 7. Umíte vysvětlit, kdy?

39

Myslete si číslo, které je beze zbytku dělitelné šesti. Sečtete jeho $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ a $\frac{1}{6}$ a dostanete myšlené číslo. Proč je to tak?

40

Když se ceny zboží sníží o 30 %, ale platy se nezmění, o kolik procent stoupne koupěschopnost?

XI Úlohy o pohybu

Poznej sebe, abys mohl pochopit jiné.

Nikomu ještě neuškodilo, byl-li zdvořilý.

Důkazy mají větší platnost než svědci. (Cicero)

Ten, kdo druhým pomáhá, dělá to nejlepší, co může člověk udělat.



1

Kůň ujel polovinu cesty bez nákladu rychlostí 12 km/h. Ostatní část cesty táhl vůz rychlostí 4 km/h.

Jaká byla jeho průměrná rychlost, tj. jakou stálou rychlostí by se musel kůň pohybovat, aby celou cestu ujel ve stejném čase?

2

Ze dvou míst vyjeli proti sobě cyklista a automobilista a potkali se za 5 hodin. Cyklista ujel o 140 km méně než automobilista.

Jak daleko jsou od sebe města, jestliže automobil jel rychlostí 40 km/h? Zvolte dvě známá města a uvažujte, kde by se cyklista s automobilistou potkali.

3

Motorová loď vyplula na dalekou námořní cestu. Když byla 540 km od pobřeží, vyletěl za ní hydroplán s poštou. Rychlost hydroplánu byla 10krát větší než rychlost lodě. V jaké vzdálenosti od pobřeží dohoní hydroplán loď?

4

Dva vlaky jsou 200 m a 100 m dlouhé a pohybují se po sousedních kolejnicích týmž směrem. První jede rychlostí 60 km za hodinu, druhý 40 km za hodinu.

Jak dlouho jedou vedle sebe (za jak dlouho mine první vlak druhý)?

5

Dva chlapci se vydali na výlet na kolech. Cestou se však jednomu z nich kolo rozbilo, takže ho musel dát do opravy. Cestu však nepřerušili a pokračovali částečně na kole takto:

Oba vyrazili najednou, jeden na kole, druhý pěšky. Na určitém místě nechal cyklista kolo a šel dále pěšky. Když přítel přišel na toto místo, sedl si na kolo, a když kama-ráda dohonil, odevzdal mu kolo a šel dále pěšky. V jaké vzdálenosti od cíle jejich cesty musí jeden chlapec naposledy nechat kolo, aby oba došli do cíle současně? Od místa nehody do cíle bylo 60 km, pěšky šli chlapci rychlostí 5 km za hodinu, na kole jeli rychlostí 15 km za hodinu.

Byl tento způsob dopravy pro chlapce výhodný?

6

Vzdálenost mezi Moskvou a Leningradem neudáváme, ale můžeme si jí vyčíst z mapy.

Z Moskvy do Leningradu vyjel rychlík jedoucí nepřetržitě rychlostí 60 km za hodinu. Proti němu vyjel z Leningradu do Moskvy nákladní vlak rychlostí 40 km za hodinu.

Vypočtete, jak budou oba vlaky od sebe vzdálené hodinu po setkání.

7

Z přístavu vypluly současně osobní parník a motorový člun. Oba pluly týmž směrem: první rychlostí 24 km/h,

druhý rychlostí 15 km/h. Po tříhodinové plavbě narazil parník na mělčinu. Zdržel se tam určitý čas. Po vyproštění plul dále a za dalších 7 hodin dohonil motorový člun. Kolik hodin se zdržel na mělčině?

8

Dva cyklisté jedou proti sobě, první rychlostí 15 km/h, druhý o 5 km/h rychleji. Jak daleko budou od sebe za 2 hodiny po setkání?

9

Pes honí králíka, který je před ním 150 stop. Pes dělá skoky po 9 stopách, králík skáče jen 7 stop. Kolik skoků musí udělat pes, aby dohonil králíka? Poznámka: Stopa je stará délková míra; 1 stopa = 0,316 m.

10

Vzdálenost mezi Jaroslavlí a Archangelskem je 840 km. Z Jaroslavle do Archangelska vyjíždějí současně 2 automobily. První jede rychlostí 84 km/h, druhý rychlostí 56 km/h. Po dojezdu do Archangelska se první automobil dal na zpáteční cestu. V jaké vzdálenosti od Archangelska se automobily potkají?

11

Z dvou přístavů, mezi nimiž je vzdálenost 130 km, vypluly současně proti sobě loďka a parník. Loďka plula rychlostí 4 km/h, parník 16 km/h. Kolik kilometrů uplave loďka a kolik parník do chvíle, kdy bude mezi nimi vzdálenost 10 km?

12

Kolona aut měla dojet do města v 10 hodin dopoledne. Měla však jet rychlostí 30 km/h. Jelikož se pohybovala rychlostí 20 km/h, dojecha do města ve 12 hodin. Z jaké vzdálenosti kolona vyrazila a jakou rychlostí by musela jet, aby dorazila do města v 11 hodin?

13

Dvě auta jela do města vzdáleného 200 km. První auto jelo stále stokilometrovou rychlostí, druhé jelo první polovinu cesty rychlostí 120 km/h, druhou polovinu 80 km/h. Které auto bylo v cíli dříve, první nebo druhé?

14

Ze dvou míst vyjeli proti sobě současně jezdec a automobil a setkali se za 5 hodin. Jezdec ujel o 140 km méně než automobil. Jaká je vzdálenost mezi městy, jestliže víme, že automobil jel rychlostí 40 km/h?

15

Dva vlaky jedou proti sobě po rovnoběžných kolejích; jeden rychlostí 36 km/h, druhý rychlostí 45 km/h. Cestující, který sedí v druhém vlaku, si všiml, že první vlak přejel kolem něho za 6 vteřin. Jak dlouhý je první vlak?

16

Setkaly se dva vlaky: rychlík 100 m dlouhý, jedoucí rychlostí 60 km/h, a nákladní vlak 400 m dlouhý, jedoucí poloviční rychlostí.

Když vlaky jely vedle sebe, pozdravili se nejdříve oba strojvedoucí. Za nějakou chvíli na sebe zamávali průvodčí rychlíku, který stál na poslední plošině, a brzdař posledního vozu nákladního vlaku.

Vypočtete, jaká doba uplyne mezi dvěma pozdravy.

17

Dvě města, která leží na řece, jsou od sebe vzdálena 100 km a mají výhodné spojení pomocí motorového člunu. Po proudu přejeďe člun tuto vzdálenost za 4 hodiny, ale proti proudu mu trvá cesta 10 hodin. Máte vypočítat, jakou rychlostí proudí voda v řece

a jakou rychlost má člun vzhledem k vodě. Myslíme, že příklad není tak lehký, jak se na první pohled zdá.

18

Jistě jste již na stanici mnohokrát zažili, že se kolem vás přehnal rychlík tak prudce, až se koleje prohýbaly a celý perón se otrásal. Zdáli jste si však někdy všimli, jak dlouho trvalo, než celý vlak přejel?

Jeden železničář zjistil, že vlak kolem něho přejel od začátku lokomotivy až do konce posledního vozu právě za 8 vteřin. Kolem perónu dlouhého 400 m přejel od začátku do konce za 33 vteřin.

Máte vypočítat:

- a) jak dlouhý byl vlak;
- b) jakou jel rychlostí.

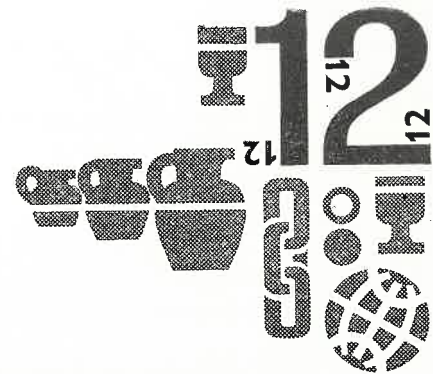
Práce je síla, jež pomáhá tvořit mravní charakter člověka.

Nejhezčí je ten, kdo si navykl být dobrým.

Radostný klid se hodí k lidem, divoký hněv divoké zvěři.

12 - 777 mat.

XII Zajímavé úlohy



1

V cihelně jsou tři výrobní střediska a 4 sklady. Od každého střediska (které je na obr. 105 naznačené kroužkem) má vést úzkokolejná dráha ke každému skladišti (skladiště jsou znázorněná čtverečky). Máte určit nejmenší počet křižovatek a navrhnout plán železniční sítě.

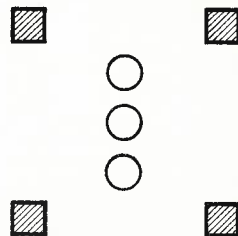
2

30 zápalek složte do 4 svislých a 4 vodorovných řad. Složte je tak, aby byly 2 řady po 4 zápalkách, 2 řady po 7 zápalkách, 2 řady po 9 a 2 řady po 10 zápalkách. Umíte to?

3

Pět stejně zručných zedníků postavilo polovinu stěny za 14 dní.

Obr. 105



Aby splnili požadovaný termín, museli zbývající část postavit za 6 dní.

Kolik dalších zedníků bylo třeba přidělit na stavbu?

4

Máme obyčejnou láhev s rovným dnem. Je v ní trochu vody. Láhev je pevně zazátkovaná. Chceme zjistit, kolik kapaliny by se do láhve vešlo, ale nemáme po ruce nic jiného, nežli obyčejné pravítko.

Zdá se to být nikoli lehká úloha. Ale nepochybujeme, že přijdete na jednoduché a správné řešení.

5

Dělníci měli vykopat lakomému člověku studnu. Za práci žádali 500 Kčs, ale tolik jim nechtěl dát. Řekli tedy:

„Zaplat nám za první metr haléř, za druhý metr 2 haléře, za třetí 4 haléře, za čtvrtý 8 haléřů atd.“

Lakomci se to zdálo laciné, proto s tím souhlasil.

Kolik korun zaplatil, jestliže studna byla 18 m hluboká?

6

Představte si takovou situaci: Jste dva a chcete se dostat na druhý břeh řeky. Na přepravu máte jen malou plachetnici, do které se vejde jen jedna osoba.

Jak byste se přepravili na druhý břeh, aniž byste se namočili?

7

Sedm lidí mělo 7 koček. Každá kočka sežere 7 myší, každá myš sežere 7 klasů ječmene a z každého klasu může vyrůst 7 měric zrna.

Kolik měric zrna zachrání kočky?

8

Jde o prastarý návod, škoda, že se na něj zapomnělo. Při spartakiádních návalech by byl vykonal dobré služby...

Do hotelu, který měl jen dvanáct pokojů, přišlo třináct cizinců a každý chtěl mít pokoj pro sebe. Vrátný je zapsal do knihy návštěvníků a potom jim osobně rozdělil pokoje.

Třináctého požádal, aby chvíli počkal s prvním hostem v pokoji číslo 1. Tedy v prvním pokoji byli dva. Třetího dal do pokoje č. 2, čtvrtého do čísla 3, pátého do čísla 4 a tak dále až dvanáctého do pokoje č. 11. Potom se vrátil do jednotky, vyvolal třináctého hosta a převedl ho do prázdného pokoje č. 12.

Co řeknete k tomuto řešení?

9

Ke kterému číslu se člověk dopočítá, bude-li nepřetržitě počítat 50 let po 300 dnech v roce, 10 hodin denně a za minutu vyjmenuje 60 čísel?

(Rozumíme přirozená čísla.)

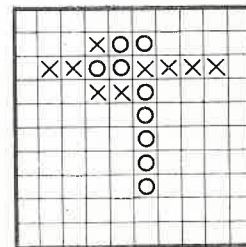
10

Vezměte si se svým přítelem čtverečkový papír a můžete si zahrát zajímavou hru. Jeden z vás označí některý ze čtverců křížkem, druhý libovolným kroužkem, a tak se budete střídát. Vyhrává ten, kdo první umístí své tři značky do jedné přímky, ať již vodorovně, svisle nebo šikmo ve směru úhlopříčky.

Brzy jistě přijdete na to, že musí vyhrát ten, kdo hru začíná. Změňte tedy pravidlo hry tak, že vyhrává ten, kdo umístí pět značek v jedné přímce. (Obr. 106a).

Nyní odpovězte na otázku: Je nyní hra spravedlivá pro oba hráče nebo má některý z nich větší možnost výhry než druhý?

Obr. 106a



11

Požádejte známého, aby od čísla desetkrát většího, než je jeho věk, odečetl devítinásobek kteréhokoli jedno-ciferného čísla.

Z výsledku ihned poznáte jeho věk.

Jak se to dozvíte? Velmi jednoduše. Od čísla, které vám známý sdělí, oddělte jednoduše jednotky a sečtěte je se zbylým číslem. Zkuste si to přepočítat na příkladě.

Známemu je 21 let, $21 \cdot 10 = 210$. Zvolil si číslo 7. Jestliže odečtete $9 \cdot 7$ od 210, tedy 63, zůstane 147.

Oddělte 7 a sečtěte $14 + 7 = 21$.

Zajímavé, že? Chceme však vědět, abyste nám vysvětlili, proč tomu tak je a zda platí toto pravidlo pro všechny případy.

12

Na brigádě, která stavěla zavodňovací potrubí, jsme potřebovali zhotovit z olovené destičky těsnění mezi příruba vodovodu. V polní dílně jsme neměli olovo. Přítomný hajný nám nabídl své broky, abychom z nich destičku odlili.

Měli jsme s sebou půllitrový pohár a dělením jako na odměrce jsme do něho nasypali broky. Chtěli jsme zjistit, zda nám vystačí na odlití destičky. Potom jsme si uvědomili, že broky nemůžeme měřit jako vodu, neboť jsou mezi nimi mezery.

Kdosi navrhl, abychom odměřili průměr broků, vypočetli objem a násobili jej počtem broků. Byla to těžká práce, neboť broky nebyly stejné. Vážit jsme je nemohli a nikdo z nás si nepamatoval měrnou hmotnost olova, takže by nám ani to nepomohlo.

Jak byste si v tomto případě poradili?

13

Mařenka s Aničkou šly do obchodu s ovocem koupit ovoce. V obchodě byla jablka a hrušky, přičemž hruška

stála o 45 haléřů více než jablko. Mařenka si koupila 8 jablek a Anička 5 hrušek, ale zaplatily stejně. Zač bylo jablko a zač byla hruška?

14

Do čtverce, který je rozdělen na šestnáct stejných čtverečků, vepište každé ze čtyř písmen a, b, c, d čtyřikrát, a to tak, aby v žádné vodorovné řadě, v žádném svislém sloupci ani v žádné z obou úhlopříček velkého čtverce nebyla stejná písmena. Určete počet řešení.

15

Určete, co je větší: 10^{20} nebo 20^{10} .

16

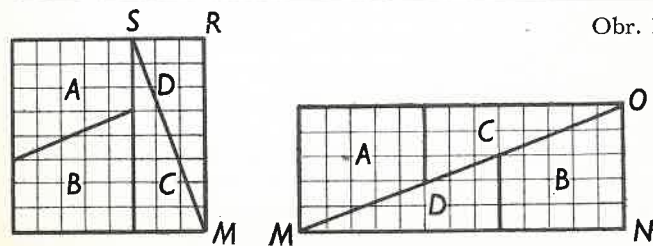
Co je větší: 89^{98} nebo 98^{89} ? Nenamáhejte se s výpočtem, ale úvahou odhadněte skutečnost.

17

Čtverec o straně 8 jsme rozdělili třemi řezy vyznačenými na obr. 106 b. Ze vzniklých dílů jsme sestavili obdélník s rozměry $5 \cdot 13 = 65$. Obsah čtverce je však $8^2 = 64$. Vysvětlete tuto záhadu.

18

Máte tři džbány celkem nepravidelného tvaru. První džbán má objem 8 litrů a je v něm 5 litrů vody. Druhý



džbán pojme 5 litrů a jsou v něm 3 litry vody, třetí má objem 3 litry a jsou v něm jen 2 litry vody. Máte jen dvojím přelitím naměřit v některém džbáně 1 litr vody.

19

V šachovém klubu se hrál turnaj nejlepších. Hráli: Adam, Bohouš, Cyril, Dušan, Emil a Ferda. Turnaj se hrál systémem každý s každým a hrálo se 5 kol, denně 3 zápasy.

První den hrál kromě jiných Adam s Cyrilem, druhý den vyhrál Bohouš nad Dušanem, třetí den hrál Adam s Ferdou a čtvrtý den Cyril s Dušanem. Víte, s kým hrál v posledním kole Emil a uměli byste sestavit celou hrací tabulku turnaje?

20

Jak je třeba rozříznout obyčejnou pohlednici, abyste se otvorem protáhli?

21

- a) Sestavte z pěti čtyřek výraz, jehož hodnota bude 55.
- b) Ze čtyř devítek sestavte výraz v hodnotě 20.

22

Venkovský rolník šel na trh prodávat své plodiny. Protože byl chudý, měl jen jeden pytel. Proto nasypal do pytle nejdříve fazole, pytel zavázal a nahoru nasypal rýži. Pytel přehodil přes rameno a pospíchal do města. Cestou se potkal s hostinským, který byl ochoten si koupit fazole, ale o rýži neměl zájem. Protože byl bohatý, měl lepší a větší pytel a nebyl ochoten vyměnit svůj pytel za pytel rolníka.

Oba stáli před problémem, jak to zařídít, aby si hostinský mohl odnést fazole. Neměli po ruce žádnou nádobu, na zem nemohli nic vysypat a nad fazolemi byla rýže. Vaší úlohou je, abyste poradili, jakým způsobem se dají

bez jakýchkoli prostředků nebo pomůcek přemístit fazole do pytle hostinského, přičemž se nesmí rýže znehodnotit.

23

V soustružnické dílně jednoho závodu se obrábějí součástky z odlitků. Z jednoho odlitku se vyrobí jedna součástka. Třísky, které vzniknou při výrobě 6 součástek, je možno roztavit a vyrobit další odlitek. Kolik součástek je možno vyrobit z 36 odlitků?

24

Ve čtverci rozděleném na 16 shodných menších čtverečků je třeba určit počet všech čtverců, které se zde vyskytují.

25

Když cyklista projel dvě třetiny cesty, praskla mu pneumatika. Zbývající část cesty mu trvala dvakrát tak dlouho než dosavadní jízda na kole.

Kolikrát rychleji jel na kole než šel pěšky?

26

V jednom městě žil jednou král a ten měl tři syny. Dříve než jim odevzdal žezlo vlády, vyslal je do světa na zkušenu. Každému dal hromadu zlatek a jednoho zbrojnoše. Na cestu jim dal dobrou radu: „Pozor na zbrojnoše, aby vás nepřipravili o peníze! Nikdy nedopusťte, aby jich bylo spolu dohromady více než vás!“ Jednou však přišli na své cestě k řece, kde nebyl žádný most, jen lodička, do které se vešli nejvíce dva lidé. Jak se dostali na druhý břeh, když se chtěli držet otcovy rady?

27

Dva přátelé si vymysleli skutečně zvláštní a originální hru. Seděli u kruhového stolu a měli plné kapsy pěta-



Obr. 107

dvacetihaléřů. Jeden po druhém střídavě kladli mince na stůl, kam se kterému zachtělo. Mincí již jednou položenou se nesmělo ani pohnout. Tak pokračovali, až byla celá deska plná a ani jedna mince se tam již nevešla. Ten, který položil na stůl poslední minci, sebral všechny peníze jako výhru.

Posudte, zda byla tato hra spravedlivá, zda měl každý z obou hráčů stejnou pravděpodobnost, že vyhraje, nebo zda si nemohl některý hráč na úkor druhého zabezpečit výhru předem.

28

Na obr. 107 je 10 pohárů, pět plných a pět prázdných. Vaší úlohou je rozestavit je tak, aby se střídal plný pohár s prázdným. Podaří se vám to, jestliže se přitom smíte dotknout nejvíce dvou pohárů?

29

Pevnost bránila statečná posádka. Na začátku tvořilo posádku 40 chlapců. Velitel původně rozestavil své síly

1	9	1
9		9
1	9	1

Obr. 108

tak, jak to vidíte na obr. 108. Nepřítel viděl, že každou stranu pevnosti brání 11 mužů. Při prvním, druhém, třetím i čtvrtém útoku ztratila posádka vždy 4 členy. Při posledním pátém útoku připravil nepřítel obránce ještě o 2 chlapce. A přece, po každé ztrátě, před každým dalším útokem i po posledním útoku bránilo každou stranu pevnosti stále 11 chlapců.

30

Která dvě čísla dávají tentýž výsledek, ať je navzájem vynásobíme nebo jedno od druhého odečteme?

31

Dvě spolužačky jely vlakem na výlet. „Všimla jsem si,“ povídala jedna z nich, „že každých 5 minut jede proti nám jeden vlak. Co myslíš, kolik vlaků přijede do města za jednu hodinu, jestliže rychlost vlaků je v obou směrech stejná?“

„Samozřejmě, že 12, protože $60 : 5 = 12$,“ odpověděla druhá.

Avšak první nesouhlasila s řešením a vysvětlila svůj názor. Co si vy o tom myslíte?

32

V jisté bitvě zajali nepřátelského generála. Přivedli ho k vítězi s velkou slávou. Vítězný generál se tvářil blahosklonně a řekl:

„Nechci být sám soudcem, ponechám váš život osudu a náhodě. Zítřka ráno před zraky celého shromáždění vám podám sáček s dvěma kuličkami, jednou bílou, druhou černou. Vytáhnete si jednu kuličku. Když vytáhnete černou, budete zastřelen, vyberete-li bílou, propustím vás na svobodu.“

Žalářník, který s vězněm sympatizoval, mu prozradil, že nemá naději na záchranu, neboť v sáčku budou obě kuličky černé. Odsouzenec přemýšlel celou noc, jak by

se zachránil, aby nevzbudil nelibost nepřítele například tím, že by žádal, aby mu obě kuličky napřed ukázali. Konečně přišel na šťastné řešení, které mu zachránilo život. Jak to udělal?

33

Máme řetěz roztržený na 5 částí tak, že 2 části mají po 7 článcích, 2 části po 5 článcích a 1 část má 3 články. Máme udělat jednu uzavřenou část s 27 články. Rozseknutí jednoho článku na spojení stojí 43 haléřů, nové svaření po vložení jiného článku stojí 1 Kčs 26 hal. Zjistěte, zda kousky je možno spojit tak, aby vyrobení uzavřené části řetězu bylo levnější než nový řetěz, který by stál 8 Kčs 50 hal.

34

Kdybychom přešli zeměkouli po rovníku, opsalo by temeno naší hlavy větší dráhu než chodidla. Jak velký by byl rozdíl?

XIII Vážně i hrou s obrazci

