se zachránil, aby nevzbudil nelibost nepřítele například tím, že by žádal, aby mu obě kuličky napřed ukázali. Konečně přišel na šťastné řešení, které mu zachránilo život. Jak to udělal?

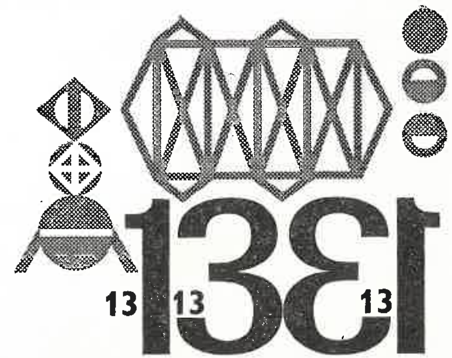
33

Máme řetěz roztržený na 5 částí tak, že 2 části mají po 7 článcích, 2 části po 5 článcích a 1 část má 3 články. Máme udělat jednu uzavřenou část s 27 články. Rozseknutí jednoho článku na spojení stojí 43 haléřů, nové svaření po vložení jiného článku stojí 1 Kčs 26 hal. Zjistěte, zda kousky je možno spojit tak, aby vyrobení uzavřené části řetězu bylo levnější než nový řetěz, který by stál 8 Kčs 50 hal.

34

Kdybychom přešli zeměkouli po rovníku, opsalo by temeno naší hlavy větší dráhu než chodidla. Jak velký by byl rozdíl?

XIII Vážně i hrou s obrazci



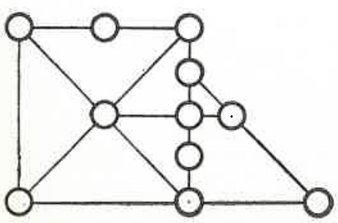
1

Do kroužků na obr. 109 vepište čísla 3, 4, 5, 6 až 13 tak, aby součty čísel v kroužcích spojených úsečkou byly vždy 25.

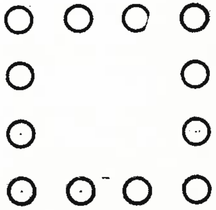
2

Rozložte dvanáct mincí (knoflíků) do čtverce, který bude mít na každé straně čtyři mince (viz obr. 110). Přeložte nyní mince tak, aby na každé straně bylo pět mincí.

Obr. 109



Obr. 110



3

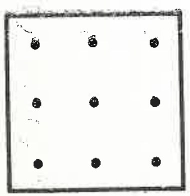
Vezměte list papíru a nakreslete na něj 9 bodů do čtverce tak, jak to vidíte na obr. 111. Spojte všechny body čtyřmi přímkami tak, že při tom nezdvihnete tužku.

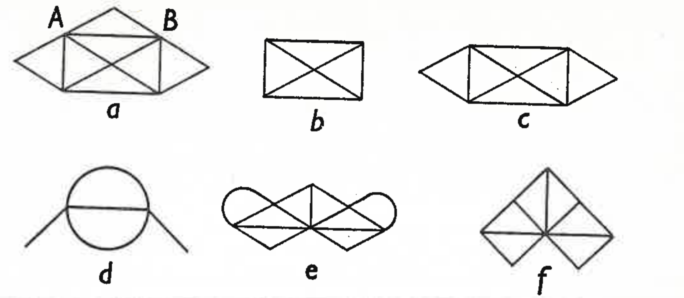
4

Úloha, která se často vyskytuje nejen v zábavních rubrikách časopisů, ale i v lidových hádankách, je tato: Jedním tahem je třeba nakreslit určitý obrazec s tím, že po každém úseku této plynulé čáry je možno jít jen jednou. Úlohy tohoto typu patří mezi jednoduché problémy topologie — jednoho z odvětví moderní matematiky.

Při řešení postupujeme takto: Nejdříve si prostudujeme všechna místa, z nichž čáry vycházejí. Jestliže počet vycházejících čar je sudý, nedělají nám tato místa žádné potíže, protože kolikrát do nich vejdeme, tolikrát můžeme z nich i vyjít — jsou to tedy jakési „přechodné stanice". Horší je to s místy, ve kterých se stýká lichý počet čar; když z takového místa vyjdeme, nemůžeme se do něho vrátit (třeba bychom ho mezitím i několikrát „navštívili"), nebo když z něho nevycházíme, zapadneme nakonec do něho a nemůžeme se z něho dostat ven. Takové body nepředstavují tedy přechodné stanice, ale začáteční nebo koncové body. Aby se úloha vůbec dala řešit, může mít nejvýše dva body, kde se stýká lichý počet čar — v jednom z těchto bodů potom začínáme

Obr. 111





Obr. 112

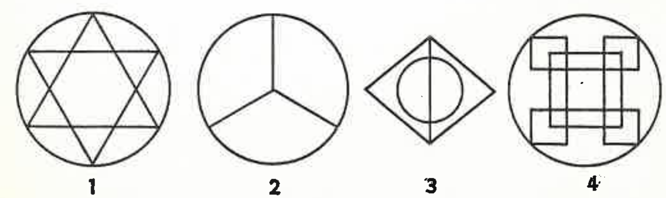
táhnout čáru v libovolném směru a v druhém lichém bodě ji po nakreslení obrazce ukončíme. Jestliže má obrazec jen sudé body, můžeme ho začít kreslit v libovolném z nich.

Útvar a) na obr. 112 má 8 bodů, kde se stýká více čar, ale z nich jen body A, B jsou liché. V jednom z těchto bodů začneme kreslit plynulou čáru, kterou ukončíme v druhém z nich. Zkuste řešit i další obrazce z tohoto obrázku. Dva z nich jsou neřešitelné; které to jsou?

5

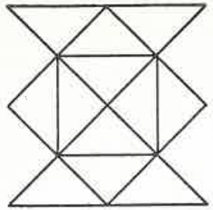
Pokuste se následující čtyři obrazce (obr. 113) nakreslit jedním tahem.

Obr. 113



31	67	43
13	7	1
61	73	37

Obr. 114



Obr. 115

4						
					23	
		18				
				19		
	30					
						36
			1			

Obr. 116

6

Je třeba uspořádat čísla na obr. 114 tak, aby ve vodorovných i svislých řadách dávala součet 111.

7

Jak postavit dvě dámy na šachovnici tak, aby obsadily co nejvíce a co nejméně polí? Jakmile dvě dámy útočí na stejné pole, počítáme jen jednou. Jak jistě víte, dáma se pohybuje vodorovně, svisle i šikmo po všech volných polích šachovnice.

8

Nakreslit obr. 115 jedním tahem není těžké, ale trochu trpělivosti si vyžádá podmínka, aby se čáry nikde nekřižovaly, aby se po žádné čáře nešlo dvakrát a zejména to, abyste čáru ukončili tam, kde jste ji začali.

9

Podobá se to sportce, ale není to sportka. Je to magický čtverec, do kterého máte vepsat čísla od 1 do 49 tak, aby součet čísel ve všech vodorovných řádcích a v úhlopříčkách byl vždy 175. Aby se vám lépe počítalo, jsou již některá čísla zapsána v obr. 116.

10

Máte dobrou pozorovací schopnost? Na obr. 117 je několik kostek domina, které jsou uspořádané v určitém pořádku. Co myslíte, jaká měla být 3. a 4. kostka?

11

Do koleček v jednotlivých rozích krychle na obr. 118 je třeba vepsat číslice 1—7 tak, aby součet na každé stěně spolu s nakreslenými tečkami byl vždy 16.

12

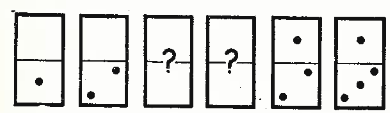
Máme určit nejmenší počet králů, kterými je možno obsadit normální prázdnou šachovnici tak, aby každé volné pole bylo napadnuté některým králem, ale aby ani jeden král neohrožoval dalšího.

13

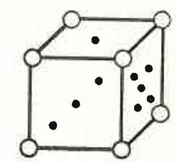
Vepište do kroužků na obr. 119 čísla 1 — 2 — 3 — 4 — — 5 — 5 — 6 — 7 — 8 — 10 — 11 — 12 —15 tak, aby součet v každé řadě (vždy po třech číslech) byl 20.

14

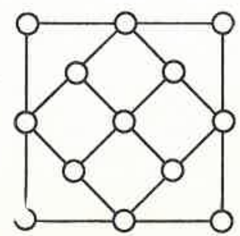
Uspořádejte čísla ve čtverci na obr. 120 tak, aby jejich součet v řádcích i sloupcích byl vždy 12.



Obr. 117



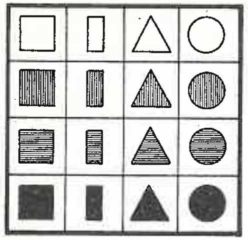
Obr. 118



Obr. 119

1	2	3
4	5	6
7	8	0

Obr. 120



Obr. 121

5	115	225	335
19	129	239	349
60	170	280	390
74	184	294	404

Obr. 122

15

Ve čtverci na obr. 121 jsou 4 skupiny obrazců. Všimněte si i rozličného šrafování jednotlivých obrazců. Uspořádejte těchto 16 obrazců tak, aby se ani v jednom řádku, sloupci ani diagonále neopakoval tentýž tvar a ani totéž šrafování.

16

Máme určit největší počet králů, kterými je možno obsadit normální prázdnou šachovnici tak, aby každé volné pole bylo napadnuté některým králem a aby ani jeden neohrožoval druhého.

17

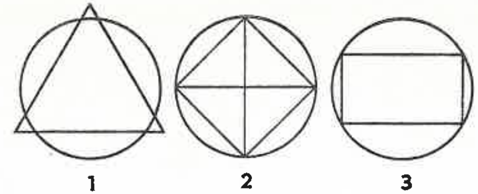
Vaší úlohou je seřadit čísla na obr. 122 tak, aby jejich součet ve vodorovných i svislých řádcích byl 818. A aby to nebylo tak lehké, musí být tento součet i na obou úhlopříčkách.

18

Které z těchto obrazců (obr. 123) se dají nakreslit jedním tahem?

19

Do obr. 124 se pokuste vepsat čísla 57, 87, 102, 132



Obr. 123

72		42
		117
	27	

Obr. 124

a 147 tak, abyste vodorovně, svisle i v úhlopříčkách dostali týž součet.

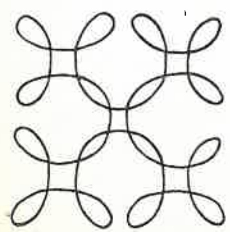
20

Šachovou partii, v níž má v koncové hře protihráč o tři spojené pěšce víc, obyčejně vzdáváme. A přece je možno někdy tyto pěšce zneškodnit a partii ještě vyhrát. Takový obrat ve hře nacházíme již ve sbírce P. Carreryho z r. 1617. V postavení: bílý Kd2, pg4, h5 a černý Kd5, pb4, c5, d4, f7, h6 vyhrává bílý chycením všech tří spojených pěšců. Jaká — jediná — cesta vede k nečekanému vítězství bílého?

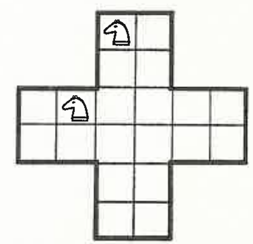
21

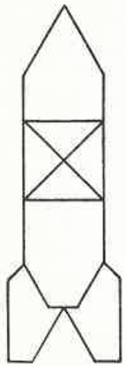
Ornament na obr. 125 se dá lehce nakreslit jedním tahem. Jak to uděláte nejjednodušeji?

Obr. 125

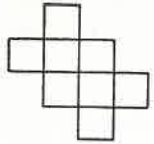


Obr. 126





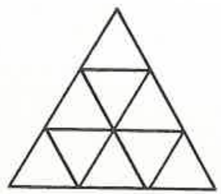
Obr. 127



Obr. 128

1	2	3
2	3	1
3	1	2

Obr. 129



Obr. 130

1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5

Obr. 131

22

Jezdec je jedinou figurou na šachovnici, která skáče a tento skok má tvar písmene *L* v rozličné poloze. Na šachovnici to vypadá tak, jak jsme to naznačili na obr. 126. Jezdec tak dokáže přejít přes všechna pole této části šachovnice. Naznačte cestu.

23

Máte devět čísel: a, b, c, d, e, f, g, h, i, která máte zvolit tak, že $a + b + c = 15$, $d + e + f = 15$, $g + h + i = 15$, $a + d + g = 15$, $b + e + h = 15$, $c + f + i = 15$, $a + e + i = 15$, $c + e + g = 15$.
Na první pohled to vypadá velmi komplikované, ale za chvíli přijdete na to, že něco podobného jste již často viděli. Úloha je poměrně lehká, jestliže ji začnete řešit správným způsobem.

24

Na kresbě obr. 127 je skutečně raketa, trochu podivná, ale raketa. Umíte ji nakreslit jednou čarou?

25

Magický čtverec 4×4 je třeba složit z písmen a čísel tak, aby se písmena *A*, *B*, *C*, *D* a čísla 1, 2, 3 a 4 vepsaná do jednotlivých čtverečků nevyskytovala dvakrát ve vodorovném ani svislém směru.

26

Umíte nakreslit osm čtverečků na obr. 128 jedním tahem tak, aby se čáry nikde navzájem nekřížily?

27

Součet čísel ve čtverci na obr. 129 s výjimkou jedné úhlopříčky je všemi směry 6.
Přemístěte čtverečky tak, aby vodorovně, svisle i na úhlopříčkách byl vždy součet 6.

28

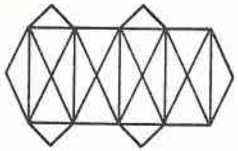
Pro milovníky úloh „jedním tahem“ předkládáme ještě jednu z této série. Pokuste se nakreslit náš obr. 130 jedním tahem.

29

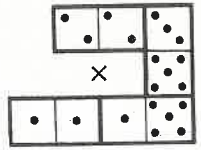
Kůň na šachovnici má být přemístěn z pole B2 na pole G6. Udejte čtyři různé cesty a porovnejte jejich délky (délka cesty je počet tahů).

30

Nakreslete si obr. 131, vystřihněte jednotlivé čtverečky s čísly a pokuste se opět složit velký čtverec tak, aby se vodorovně ani svisle žádné číslo neopakovalo. Správnost řešení si prověříte tak, že vodorovně i svisle dostanete v každém sloupci stejný součet.



Obr. 132



Obr. 133

31

Rozmístěte čísla 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17 v 16 čtverečcích velkého čtverce tak, aby součet v každé řadě byl 27.

32

Nakreslete obr. 132 jedním tahem. Čáry se mohou navzájem křížit, avšak po žádné se nesmí jít dvakrát.

33

Na našem obr. 133 je pomocí domina (jsou 4) znázorněné násobení trojciferného čísla jednociferným a pěkně to vychází.
Uměli byste podobně sestavit i jiný příklad?

34

Vezměte 16 jakýchkoli předmětů (papírků, mincí apod.) a položte je do řad po čtyřech.
Odeberte 6 kusů tak, aby v každé vodorovné i svislé řadě zůstal sudý počet předmětů.

35

Dva přátelé hráli šachy. Kdo prohrál, zaplatil druhému korunu. Hráli celý večer a jistě jen náhodou ani jednou neremizovali. Když dohráli, zjistil první z nich, že přestože třikrát vyhrál, přece doplatil celkem 7 Kčs. Kolik sehráli partií?

36

Vepište do kroužků na obr. 134 čísla od 1 do 19 tak, aby součet podél každé strany šestiúhelníka i podél každého poloměru opsané kružnice byl vždy 23.

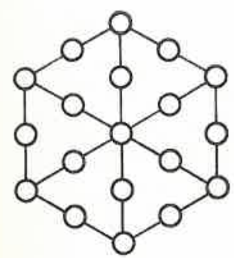
37

Máte nakreslit obr. 135 jedním tahem. Čáry se mohou křížit, ale po žádné se nemůže jít dvakrát. Úloha má víc řešení. Závisí to na tom, z které strany začnete.

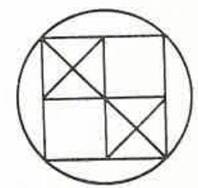
38

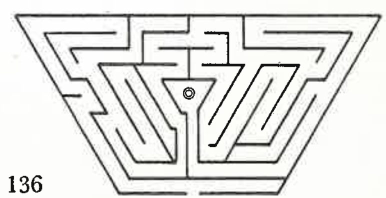
V dávných dobách byla bludiště velmi v módě. Bylo to v Egyptě, Řecku i jinde. Dodnes se zachovalo bludiště, které zahradníci vybudovali pro Viléma Oranžského v Anglii ještě koncem 17. století. Najděte cestu do středu (obr. 136).

Obr. 134

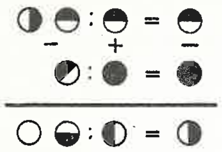


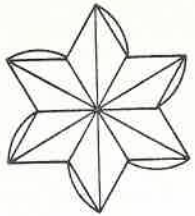
Obr. 135

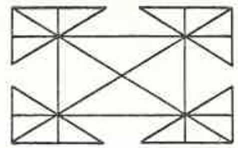




Obr. 136







Obr. 137 Obr. 138 Obr. 139

39

Malý algebrograf na obr. 137 (chybí 4, 7 a 0).

40

Nakreslete hvězdu na obr. 138 jedním tahem. Po žádné čáře se nesmí jít dvakrát a čáry se nikde nekříží.

41

Při prvním pohledu na obr. 139 se vám může zdát, že vám předkládáme hieroglyf nebo čínský znak. Úloha je podstatně lehčí. Máte zjistit, kolik trojúhelníků je na obrázku nakresleno.

42

Rozmístěte čísla od 1 do 9 do 9 čtverečků čtverce tak, aby součet čísel v každé řadě se rovnal číslu 15.

43

Nahraďte otazníky na obr. 140 příslušnými znaky.

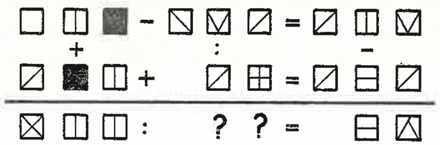
44

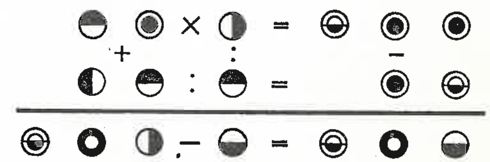
Rozmístěte čísla od 1 do 16 do 16 čtverečků čtverce tak, aby součet čísel v každé řadě se rovnal číslu 34.

45

Do sítě 5 × 5 je třeba vkreslit jednou deset a potom

Obr. 140





Obr. 141

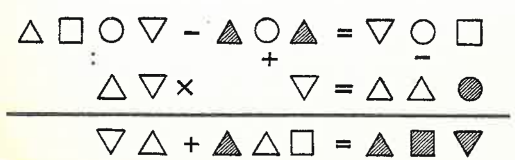
patnáct kroužků tak, aby ve všech řadách a sloupcích byly jednou vždy dva, podruhé vždy tři kroužky.

46

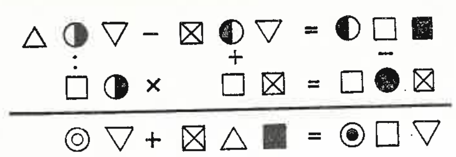
Nahraďte v mozaice na obr. 141 znaky číslicemi tak, aby naznačené početní výkony v řádcích i sloupcích byly správné. Stejné číslice jsou šifrovány jedním znakem.

47

Nahraďte znaky na obr. 142 číslicemi.



Obr. 142



Obr. 143

48

Nahraďte znaky na obr. 143 číslicemi.

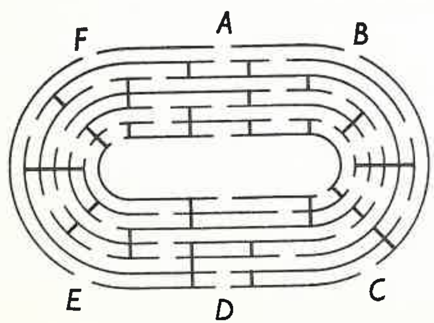
49

Do vnitřního prostoru stadiónu, jehož plánek je na obr. 144, vede zdánlivě 6 vchodů *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*. Zábradlí s brankami však řídí přístup diváků na různá místa, takže jen jedním vchodem se skutečně dostaneme až do středu.
Který vchod to je?

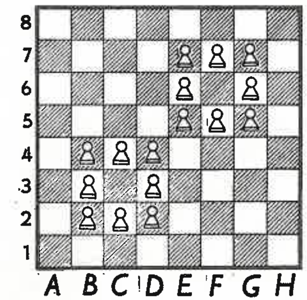
50

Na obr. 145 vidíte šachovnici, na níž je vyznačeno po-

Obr. 144



stavení 16 pěšců. Máte použít jednoho koně a postavit ho tak, aby nejmenším počtem tahů sebral všechny figurky. Úlohu může rozřešit i ten, kdo neumí hrát šachy. Stačí, jestliže ví, jak kůň táhne (podívejte se na úlohu 22 této kapitoly). Určete, kam koně postavíte, jak budete táhnout a kolika tahy zasáhnete všechny figurky.



Obr. 145

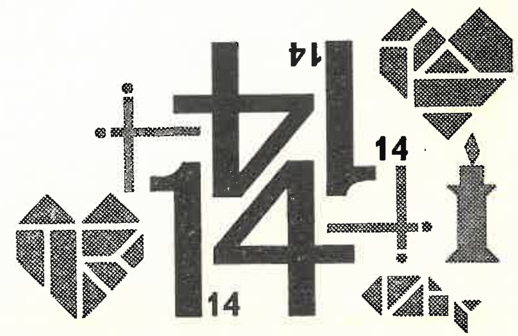
Hleď si zachovat klidnou mysl i v neštěstí. (Horatius)

Mnoho lidí stárne jen z pohodlnosti.

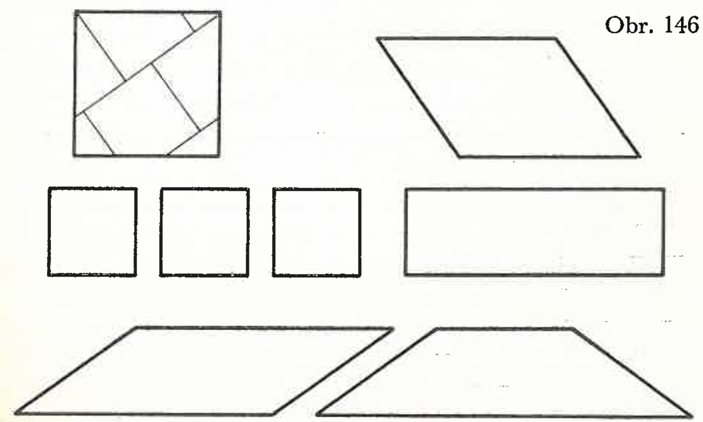
Rána způsobená slovem nás zasáhne hlouběji než rána způsobená mečem. (Bernard Shaw)

O hodnotě člověka nerozhoduje to, co umí, ale co dělá.

XIV Začínáme a končíme skládankou



1
Narýsujte si na kartón čtverec podle obr. 146, rozstříhejte ho na 7 částí a složte z něho: tři stejné čtverce, obdélník, kosočtverec, kosodélník, lichoběžník.


Obr. 146

2

Jenda měl na výherní vkladní knížce určitou sumu peněz. Když vyhrál, zvětšil se jeho vklad o 100 %. Otec mu přidal ještě 100 Kčs.
Polovinu všech peněz využil Jenda na výlet, a to, co vyhrál, dal bratru Jožkovi.
Kolik mu zůstalo na vkladní knížce?

3

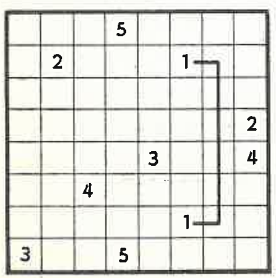
Na šachovnici je dvakrát pět čísel. Máte shodná čísla spojit čárami vedenými středy čtverečků tak, jak jsou na obr. 147 spojené jednotky. Čáry se nesmějí nikde vzájemně dotýkat ani přetínat, tedy čtverečky, kterými již jedna čára prochází, nesmí procházet další čára. Nakonec budou všechny čtverečky obsazené buď čárou, nebo napsanou číslicí.

4

Je to velmi jednoduchý součet velmi nenáročných čísel: 21? + 4?9 + ?? + ?57 = 1 652. Jakou číslici nahrazuje otazník?

5

Na stole leží 3 kostky, na pohled celkem stejné. Jedna z nich (falešná) se však liší od ostatních svou vahou.



Obr. 147

Nevíte však, zda je lehčí nebo těžší než ostatní dvě kostky. Máte k dispozici rovnoramenné váhy bez závaží a můžete vykonat nejvíc dvě vážení. Jak na to?

6

Všimli jsme si, že každé sudé číslo (s výjimkou 2) je možno vyjádřit ve tvaru součtu dvou prvočísel, například $4 = 2 + 2$, $6 = 3 + 3$, $8 = 5 + 3$, $10 = 5 + 5 = 3 + 7$ atd. Platí toto pravidlo pro všechna sudá čísla? Zkoumejte tuto vlastnost prvočísel ne vyšších než 200.

7

Nahraďte písmena číslicemi:

$$\begin{array}{l} \underline{ABC \times DE} \\ DEC \\ \underline{\;\;FEC} \\ HGBC \end{array}$$

8

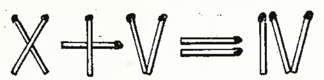
Na první pole normální šachovnice položíme jeden haléř a na každé následující o jeden haléř víc než na předcházející. Kolik haléřů bude na celé šachovnici?

9

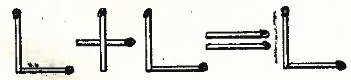
V balíku je 9 kg rýže. Zkuste je rozdělit do dvou balíků tak, aby v jednom byly 2 kg a v druhém 7 kg rýže. K dispozici máte miskové váhy se závažím 50 g a 200 g a smíte vážit jen třikrát.

10

Máme 6 pětihaléřových, 6 desetihaléřových a 2 pětadvacetihaléřové mince. Sestavte a zapište všechny možnosti, jak složíme 60 haléřů při použití nejvíce 6 těchto mincí.



Obr. 148



Obr. 149

11

Oběma je nám dohromady jedenáct roků — povídal malý Petr, který byl pyšný na svou sestřičku. Kolik let bylo sestřičce, jestliže Petr je o deset let starší než ona?

12

Z nesprávné rovnosti $10 + 5 = 4$ přemístěním jedné zápalky utvořte správnou rovnost. (Obr. 148.)

13

Přemístěním jedné zápalky utvořte správnou rovnost. (Obr. 149).

14

Vezměte si tužku a papír a já vám vypočítám datum vašeho narození. Vynásobte počet dní z vašeho data narození číslem 20, přičtěte k tomu 3, vynásobte pěti, potom k tomu přičtěte číslo měsíce narození a zase vynásobte 20, přičtěte 3 a vynásobte pěti. Naposled přičtěte poslední dvojčíslí roku narození. Řekněte mi výsledné číslo a já vám řeknu datum vašeho narození.
Ukažme si to na příkladě: Řekněme, že jste se narodili 14. 2. 1921. Podle příkazu jste počítali takto: $14 \cdot 20 = 280$, $280 + 3 = 283$, $283 \cdot 5 = 1\,415$, měsíc je únor, tedy plus 2 je 1 417, $1\,417 \cdot 20 = 28\,340$, $28\,340 + 3 = 28\,343$, $28\,343 \cdot 5 = 141\,715$ a k tomu poslední dvojčíslí roku 1921, tudíž + 21 je 141 736. Toto číslo jste mi řekli. Já od něho odečtu 1 515 a výsledek je 140 221, tudíž jste se narodili 14. 2. 21.

15

Sčítání a odčítání patří mezi nejjednodušší početní výkony. Pokuste se vyřešit tyto dvě úlohy:

```
  5 . 0 .        7 . . 0
+ . 2 . 5      – . 4 9 .
---------      ---------
  7 0 7 0        4 0 0 4
```

V obou případech je třeba místo teček vepsat číslice. Které?

16

Hádání data narození. (Například někdo se narodil 3. srpna 1927):
Hádající diktuje: Násob číslo měsíce svého narození

číslem sto (8 . 100)	800
přičti den narození (3)	803
násob dvěma	1 606
přičti 5	1 611
násob deseti	16 110
přičti 23	16 133
násob pěti	80 665
přičti nynější věk (44 let) a dostaneš	80 709

Číslo 80 709 se oznámí hádajícímu. Ten odečte počet dní v roce (80 709 — 365 = 80 344).
Výsledek se rozdělí takto: 8 / 03 / 44. První číslice udává měsíc narození, druhá a třetí číslice den narození. Poslední dvě číslice udávají letošní věk (v roce 1971 je to 44 let).
Zkuste totéž s jinými příklady.

17

Úloha zní:

```
  FORTY
    TEN
    TEN
  -----
  SIXTY
```

což v překladu odpovídá rovnici: $40 + 10 + 10 = 60$. Na první pohled vidíte, že v úloze vystupuje deset různých písmen, takže budou vyčerpány všechny číslice i s nulou. Jasný je i první krok při řešení — úloha není těžká.

18

Mařenka dostala od otce pěknou krabičku — a když ji otevřela, byla v ní další krabička — a tak to šlo dále. Ve všech byly čokoládové bonbóny, rozložené jako na obr. 150: nejdříve 9, v menší krabičce 4, po otevření dalšího víka ještě 4 a v poslední nejmenší krabičce též 4.
Mařenka se těšila, ale otec ji upozornil: „Počkej, těch 21 bonbónů bude jen tehdy tvých, když je rozložíš tak, aby byl v každé krabičce lichý počet."
Poraďte Mařence, jak má přemístit bonbóny, aby splnila otcovu podmínku.

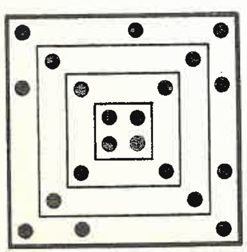
19

Podívejte se na tuto rovnost:

$42 + 12 - 54 = 35 + 10 - 45.$

Její platnost je zřejmá, protože po sloučení dostaneme $0 = 0$.

Obr. 150



Studujme však tento postup, který se zdá správný jen na první pohled:

$6\,(7 + 2 - 9) = 5\,(7 + 2 - 9)$

Na obou stranách jsme provedli dovolenou úpravu — vytkli jsme dělitele. Nyní jsme však na obou stranách dostali v závorkách shodný výraz $(7 + 2 - 9)$ a můžeme tudíž obě strany tímto výrazem dělit.
Dostaneme $6 = 5$ a s touto rovností to již zřejmě není v pořádku.
Jak je to možné? Umíte to vysvětlit?

20

Při rozdělování mandarínek se vyskytl zajímavý problém. Když chtěli rozdělit mandarínky do balíčků po 10, zůstalo 9 mandarínek. Při dělení mandarínek po 9 zůstalo 8. Zkusili dávat po 8 mandarínkách, zůstalo však 7 atd. až při dělení po 2, zůstala 1.
Byl to nějaký divný počet mandarínek. Kolik jich vlastně bylo?

21

Napište dvě nebo více čísel se stejným počtem číslic. Připíši stejný počet čísel, vzdálím se a požádám vás, abyste přeškrtli libovolnou číslici a potom sčítali. Jestliže mi řeknete součet nebo alespoň ciferný součet, řeknu vám, kterou číslici jste přeškrtli, pokud ne napoprvé, tak jistě podruhé.

Např. $\left.\begin{array}{r}346\\578\end{array}\right\}$ čísla, která jste napsali

$$\begin{array}{r}\cancel{4}21\\653\\\hline 1\,598\end{array}$$

Ciferný součet je $1 + 5 + 9 + 8 = 23$. V našem případě je přeškrtnutá číslice 4.

Jaká čísla jsem připsal a jak jsem určil přeškrtnutou číslici?

22

Mám dceru, se kterou občas hraji partii šachu — a vždy vyhraji. Moji známí chválí mou hru. V klubu šachistů patřím mezi obávané hráče. A přece se mi stala nemilá věc — má dcera mě zahanbila.
Přišli k nám na návštěvu dva mistři šachu. Hrál jsem s nimi několik partií a všechny jsem vzdal. Dcera se za mě styděla. Řekla, že zlepší pověst rodiny a že sama sehraje s oběma mistry několik partií — a to simultánky. Bude hrát střídavě s bílými a černými figurkami.
Nechtěl jsem o tom nic slyšet, neboť dcera je i proti mně velmi slabá. Ale naši hosté souhlasili a hra začala. Co tomu řeknete — dcera proti oběma mistrům vyhrála polovinu partií a přitom hrála s oběma současně. Uhádnete, jak se jí to podařilo?

23

Postupně zvyšujeme nároky na aritmetické úlohy, v nichž jsou čísla neúplná nebo jsou nějak zašifrovaná. Naše nová úloha vyžaduje znalost algoritmu odmocňování. Při troše zamyšlení jistě přijdete na číselný zápis této úlohy:

$\sqrt{AB\ BAC} = EEC.$

Každé písmeno je třeba nahradit číslicí tak, aby rovnost platila. (Doporučujeme postupovat obráceně, tj. hledat mocninu trojciferného čísla, a to takového, aby vzniklo pěticiferné číslo: $EEC^2 = AB\ BAC$.)

24

„Koně!“ zvolal rytíř, otevřel měšec a hodil dva dukáty na stůl. Dostal koně a 40 mincí nazpět. Když odešel, zjistil hostinský, který mu koně prodal, že jeden dukát

byl falešný. Kolik mincí hostinský prodělal? (1 dukát je 100 mincí.)

25

V uvedených součtech čísel chybějí některé číslice. Umíte je doplnit?

$$\begin{array}{r} 251 \\ +\ 8.\ \ \\ 6.5 \\ \hline 1\,035 \end{array} \qquad \begin{array}{r} ..55 \\ +\ 555 \\ 5.5 \\ \hline 6\,655 \end{array}$$

26

DO-RE-MI-FA-SOL-LA-SI-DO — to jsou staré názvy jednotlivých tónů hudební stupnice. Dá se z nich sestavit pěkná početní hříčka, která vám jistě nedá mnoho práce. Písmena nahraďte číslicemi, samozřejmě totéž písmeno představuje tutéž číslici. Upozorňujeme, že úloha má dvě řešení.

$$\begin{array}{rcl} DO + RE &=& MI \\ FA + SI &=& LA \\ RE + SI + LA &=& SOL \end{array}$$

27

Umíte vysvětlit obsah těchto pojmů z matematiky?

1. planimetrie — a) nauka o plánech a mapách, b) nauka o rovinných útvarech, c) nauka o tělesech;
2. tangens — a) přímka, která se dotýká kružnice, b) výška v trojúhelníku, c) poměr protilehlé odvěsny k přilehlé v pravoúhlém trojúhelníku;
3. Ludolfovo číslo — a) poměr mezi středovým a obvodovým úhlem, b) velikost poloměru vepsané kružnice, c) poměr mezi průměrem a délkou kružnice;
4. těžnice — a) spojnice vrcholu trojúhelníka se středem protilehlé strany, b) průsečík výšek v trojúhelníku, c) spojnice středů stran trojúhelníka.

28

V přístavu přistály 4 parníky. Je známo, že první parník se vrací do téhož přístavu vždy za 4 týdny, druhý vždy za 8 týdnů, třetí za 12 týdnů a čtvrtý za 16 týdnů. Kdy se všechny parníky znovu sejdou v přístavu?

29

Jestliže nechcete prozradit svůj věk, prosím vás alespoň o toto: vynásobte svůj věk dvěma, k výsledku přičtěte 5, součet násobte pěti a řekněte mi výsledek.
Děkuji, to stačí, abych si vypočítal váš věk.
Jak to udělám?

30

Rozhodl se Úhel, že se stane Trojúhelníkem. Našel si vhodnou Přímku, chytil ji ze dvou stran za dva body — a prosím, co mu chybí do Trojúhelníku? Ale Přímka se ukázala velmi přísnou. Drží Úhel zkrátka, omezuje ho. Nyní již nemá tu volnost jako předtím. A kolem jako schválně přecházejí, prohýbají se lomené čáry.
— Tak co, Úhle, jak žiješ se svou Přímkou? Shodnete se?
A co jim může Úhel odpovědět? Mlčí. Mlčí a sám přitom přemýšlí:
„Udělal jsem chybu, že jsem si vzal takovou přímou čáru. Lomené jsou šikovnější!" Po této myšlence ho napadla i jiná. „Ale zdali jedno druhé vylučuje? Je možno si najít takovou lomenou čáru, která se s mou Přímkou ani nebude protínat?"
Taková lomená čára se brzy našla. Spojil s ní Úhel tytéž dva body, které spojovala i Přímka, opatrně je spojil, aby se nikde nestřetly, neprotínaly, a byl spokojený.
Potom si našel ještě jednu lomenou, později ještě jednu.
A Přímka věří Úhlu, o ničem nemá ani tušení.
Po čase se lomené čáry, když jich již bylo hodně, začaly jedna s druhou protínat. Úhel se musel mezi nimi otáčet,

stále vymlouvat, až byl z toho celý nesvůj. Zpočátku to trpěl, ale nakonec to přece nevydržel.
„Dost," řekl si, „nechci již nic mít s lomenými čarami. Raději se budu držet Přímky."
A rozehnal všechny lomené čáry.
Opět zůstal Úhel se svou Přímkou. Svorně žijí. Je z nich dobrý Trojúhelník. A je to pochopitelné: vždyť dvěma body, jak hovoří geometrie, možno vést jen jednu přímku. Lomených však kolik je libo.

31

Toto Číslo bylo svou veličinou tak nepatrné, že stálo dokonce pod Nulou, nehovoře již o jiných, kladných číslech. Proto, nespokojené se svým položením, všechno zapíralo a stálo ve sbírce úloh z aritmetiky se znaménkem minus. Najednou se všechno změnilo. Záporné Číslo umocnili a stalo se kladnou veličinou. Nyní tvrdí to, co dříve zapíralo, a zapírají i jiná záporná čísla nepatrné veličiny, která stojí pod Nulou.
Minus krát minus dává plus — to jsou jednoduché počty.

32

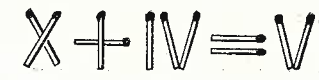
Na vnitřní stranu školních desek se zařadila násobilka. Vyrovnané sloupce čísel stojí v semknutých řadách a jsou připravené na první znamení předvést svou sílu kterékoli žáku od první do deváté třídy.
Na první znamení — to je pochopitelné. Vždyť přehlídce velí Znak Rovnosti.
— Vyrovnat! — velí Znak Rovnosti.
A čísla se rovnají.
Dvakrát dvě se rovná čtyřem.
Třikrát pět se rovná patnácti.
Sedmkrát osm se rovná padesáti šesti.
Taková je tu ve všem přesnost.
V násobilce panuje přísná disciplína, ale čísla se jí po-

drobují lehce a ochotně. Či je možno nepodrobovat se disciplíně, jež je ve znamení rovnosti?!

33

Osa je čára dělící úhel na poloviny.
Dohadují se mezi sebou Ramena úhlu, ale nemohou se dohodnout.
— Pokud jde o mě, jsem toho názoru... — hovoří jedno Rameno.
— A co se mě týká, jsem přesvědčené... — odporuje druhé Rameno.
Nedá se nic dělat: i když mají společný zorný úhel, dívají se na svět každé ze své polohy.
A jednou mezi nimi procházela Osa. Ramena se potěšila: hle, kdo bude prostředníkem mezi námi! Ptají se Osy:
— Co vy o tom soudíte?
— Jaké je vaše mínění?
Osa stojí a přemýšlí: Vždyť to není jen tak jednoduché vyslovit svůj názor!
— Myslím, že máte úplnou pravdu, — říká nakonec Osa a kývne napravo.
— Ach, jaká jste moudrá! — zvolá pravé Rameno.
A Osa se mezitím obrátí k levému Ramenu a též přikývne:
— Vy máte pravdu, i já jsem si to vždy myslela.
Levé Rameno je nadšené:
— No prosím — hned je vidět Osu! Ví, jak to na tom světě běží!
Stojí Osa a jen se uklání: na jednu stranu kývne — jářku, tak je, na druhou stranu kývne — jářku, celkem správně. Ose je dobře, je spokojená. I s ní jsou všichni spokojeni.
„Hle, co znamená zlatá střední cesta!" myslí si. „Je to ta nejlepší pozice!"
Střed — to je stálá linie Osy. Je to však správná linie?

Obr. 151



Obr. 152

34

Ve Francii, v zemi dobrého vína, se rozhodl jeden vinař, že prodá dvacetilitrový soudek zvlášť jakostního vína po 25 francích za litr. Jeho pomocník měl soudek připravit. Když víno ochutnal, natočil si tajně litr a obsah doplnil vodou. Totéž udělal i druhý den, potom i třetí a čtvrtý. Pátý den si přišel pro soudek hostinský. Ale když víno zkoušel, poznal, že bylo křtěné. Vinař se podíval na pomocníka a ten se přiznal, co udělal. Vinařovi nezbylo nic jiného, než uznat, že hostinský byl poškozen, a vrátit mu částku, o kterou víno přeplatil. Kolik to bylo?

35

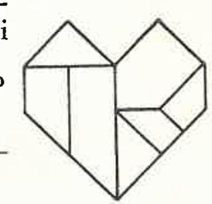
Z nesprávné rovnosti 6krát 1 se rovná 3 utvořte přemístěním jedné zápalky správnou rovnost. (Obr. 151.)

36

Přemístěním jedné zápalky utvořte správnou rovnost. (Obr. 152.)

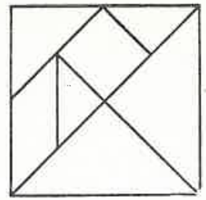
37

Ze 7 kostek zajímavé vietnamské skládačky TRI UAN je na obr. 153 složen tvar — srdce. Takové „srdce" se dá složit ještě dalšími (až 11) způsoby.
Umíte najít alespoň 2 takové způsoby?

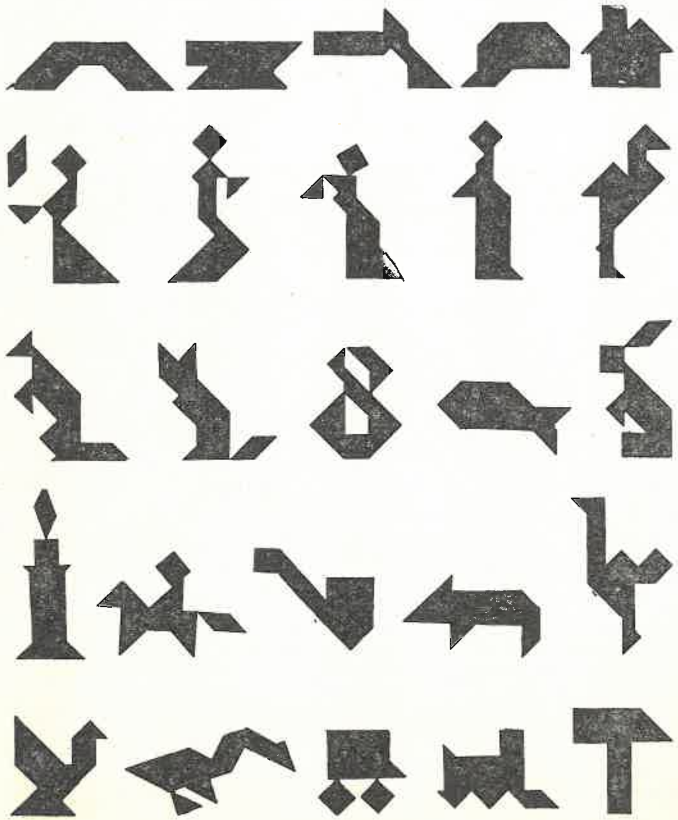


Obr. 153

Obr. 154



Obr. 155



38

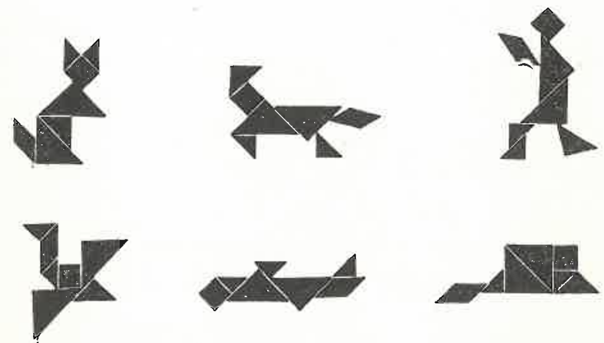
Před několika tisíci lety vytvořil čínský učenec Tang velmi důvtipně čtverec znázorněný na obr. 154, z kterého se dají složit mnohé obrazce. Složte 25 uvedených obrazců z obr. 155: můstek, kovadlina, pistole, čapka, domeček, žena před zrcadlem, mladá žena, žena se šátkem, starší žena, jeřáb, klokan, kočka, osmička, ryba, zajíc, svíčka, jezdec, dýmka, sele, pštros, slepice, husa, tendr, lokomotiva, kladivo.

39

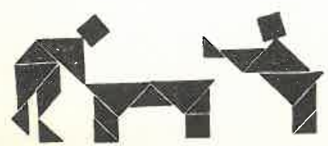
A na konec našich zábav a her složte:

a) podle obrázku 156 několik dalších tvarů ze čtverce vystřiženého podle obr. 154,
b) podle obrázku 157 skupinu dvou osob u stolu; pro tuto skupinu musíte rozstřihnout 3 čtverce.

Obr. 156



Obr. 157



Neučíme se pro školu, ale pro život. (Seneca)

Budeme pracovat — protože práce je otcem spokojenosti. (Stendhal)

Nic nemá větší sílu jako čas.

Není všechno čestné, co je dovolené.

Řešení - výsledky

I

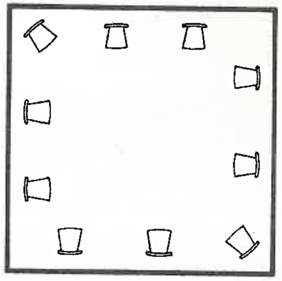
1
Bratr dal sestře 18 hub.

2
Počet všech možností při pěti zásazích do terče je 120, z nich úloze vyhovují jen tyto dvě možnosti: 2, 3, 3, 10, 10 a 3, 5, 5, 5, 10.

3
1 h 20 min = 80 min, takže letadlo přeletělo vzdálenost z města A do města B za tentýž čas.

4
Za −3 roky, tj. otec byl desetkrát starší před 3 lety. Tehdy bylo otci 30 a synovi 3 roky.

5
Obr. 158.



Obr. 158

6

Čtyři pomeranče jsou stejně drahé jako 8 jablek. 12 jablek stojí dvakrát víc než 3 pomeranče.

7

Obr. 159. Úloha má více řešení.

8

10 způsoby.

9

Obr. 160.
Hledejte další možnosti rozmístění.

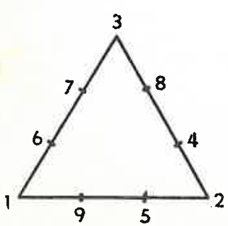
10

Hodiny za 24 hodin odbijí: $(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + + \ldots + 12) \cdot 2 + 24 = 180$.

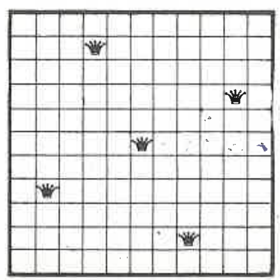
11

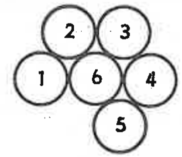
Abyste se nezmýlili, očíslujte mince a každý tah zapište těmito způsoby: 1 — 2, 3; 2 — 6, 5; 6 — 1, 3; 1 — 6, 2. To znamená (viz obr. 161), že minci č. 1 je třeba přesunout tak, aby se dotýkala mincí č. 2 a 3. Minci č. 2 je třeba přesunout tak, aby se dotýkala č. 6 a 5. Minci č. 6 je třeba přesunout tak, aby se dotýkala mincí č. 1 a 3

Obr. 159

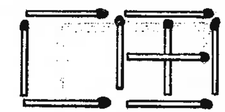


Obr. 160





Obr. 161



Obr. 162

a minci č. 1 je třeba přesunout tak, aby se dotýkala mincí č. 6 a 2. Ještě je 23 jiných řešení. Najděte je!

12

Bylo 6 svazků. Jeden svazek stál 36 Kčs.

13

1. čtyři jablka;
2. sedm jablek.

Úvaha: Předpokládejme takový případ, že ze čtyř nahodile vybraných jablek jsou tři různého druhu. Čtvrté však musí být z jednoho již vybraného druhu. Kdybychom vybrali jen tři, nemusela by být dvě stejného druhu. Podobně můžeme uvažovat při nahodilém výběru tří jablek stejného druhu.

14

22 a půl roku.

15

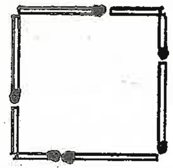
Obr. 162.

16

V domě bydlí 60 osob; 18 v přízemí, 30 v prvním patře a 12 ve druhém patře. Postup řešení rovnicí: Nechť v prvním patře bydlí x osob, ve druhém patře y osob a v přízemí z osob. Z toho vyplývají rovnice:

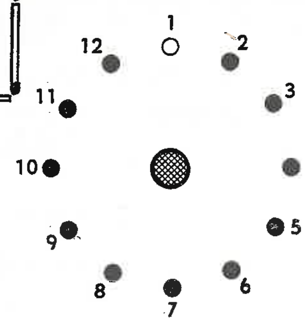
$$x + y = 42$$
$$x + z = 48$$
$$x = \tfrac{1}{2}(x + y + z)$$

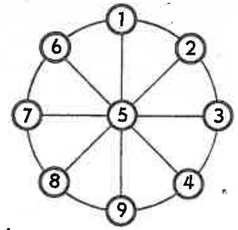
Řešením soustavy dostaneme $x = 30$, $y = 12$, $z = 18$.



Obr. 163

Obr. 15





Obr. 164

17

Dvě zápalky zlomte na poloviny. Obr. 163.

18

Bylo 7 sourozenců, 4 sestry a 3 bratři.

19

Obr. 164.

20

Červík lezl 8 nocí a 7 dní, za tu dobu přelezl 8 . 4 m — 7 . 2 m = 32 m — 14 m = 18 m.

21

Jestliže bílá myš bude sedět na místě bílého kroužku (viz obr. 165), označeného číslem 1, musíme začít počítat kroužkem označeným číslem 6 ve směru hodinových ručiček.

22

Jednotlivé údery si zakreslete na přímku a jasně uvidíte, že v poledne budou hodiny tlouci 66 vteřin.

24

Úlohu řešíme tak, že na tři kameny, které leží na úhlopříčce, položíme ještě po jednom, a tak doopravdy budou v každém sloupci i v každé řadě 4 kameny.

25

Z podmínky vyplývá, že Polák není Karel. Šumichrast není Petr. Petrův dědeček je pan Smola. Je otcem Petrovy matky, která se jmenuje Poláková nebo Vyskočilová. Polákova matka se za svobodna jmenovala Sedláčková, Petrova matka se však za svobodna jmenovala Smolová, z čehož usoudíme, že Polák není Petr. Petrem tudíž musí být Vyskočil. Jestliže Polák není Petr ani Karel, jmenuje se Martin a Šumichrast je Karel.

26

Věk známého je 49 let, jeho dětí 10 a 5 let.

27

Čtverec se stranami	1	1	2	2	2	2	3	3	4	5	5	6
Označení	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	*i*	*j*	*k*	*l*
Obvod	4	4	8	8	8	8	12	12	16	20	20	24
Obsah	1	1	4	4	4	4	9	9	16	25	25	36

a) V každé skupině bude po šesti libovolných čtvercích.
b) V první skupině mohou být čtverce: *l*, *g*, *k*, *h*, *a*;
v druhé skupině mohou být čtverce: *i*, *j*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*.
c) V první skupině mohou být čtverce: *l*, *c*, *d*, *k*;
v druhé skupině mohou být čtverce: *j*, *e*, *f*, *a*, *b*, *g*, *h*, *i*.

28

113, 131, 311, 122, 212, 221, 230, 320, 302, 203, 401, 410, 104, 140, 500.

29

Chlapci plavali na protější břeh. Jeden z nich tam zůstal a druhý se vrátil s loďkou. Jeden voják nasedl do loďky a přeplaval s ní na druhý břeh. Druhý chlapec dopravil zase loďku nazpět. Potom se převezli oba chlapci a opakovali totéž, co poprvé, až se přepravili všichni vojáci na druhý břeh.

30

Nejlépe je řešit úlohu od konce a vyjde v první řadě 22 knoflíků, v druhé 14 knoflíků, ve třetí 12 knoflíků.

31

Nejdříve převezl na druhý břeh kozu. Kozu tam nechal a sám se vrátil zpět. Naložil vlka a převezl ho. Kozu vzal do loďky a přivezl ji zpět na první břeh. Vyložil ji, naložil zelí a převezl ho na druhý břeh. Vrátil se sám, naložil kozu a převezl ji.

32

Bylo 8 chlebů, jedli tři, každý snědl $\frac{8}{3}$ čili $2\frac{2}{3}$ bochníku. Lovec tudíž zaplatil za každou třetinu 1 Kčs. Jeden dřevorubec dostal 1 Kčs, druhý 7 Kčs.

33

38 desetikorun = 380 Kčs. Je možno je proměnit na 3 stokoruny a 80 korun. 80 Kčs + 48 Kčs = 128 Kčs. Je možno je proměnit na 1 stokorunu, 2 desetikoruny a 8 drobných korun. Celou částku je možno tudíž proměnit na 31 stokorun, 2 desetikoruny a 8 drobných korun, což je dohromady 3 128 Kčs.

34

Protáhněte smyčku postupně všemi otvory proti směru hodinových ručiček a potom šňůru pohodlně vytáhnete z otvorů kruhu.

35

Nejprve musíme sečíst cesty ke křižovatkám, které jsou nejblíže od východiště.
Ke křižovatkám, které leží na stranách AB a AD, vede jen jedna cesta. Podle obr. 166 zjistíme, že z bodu A do bodu C je možno se dostat 70 cestami. Počet cest k jednotlivým křižovatkám je vyznačen přímo na každé křižovatce.

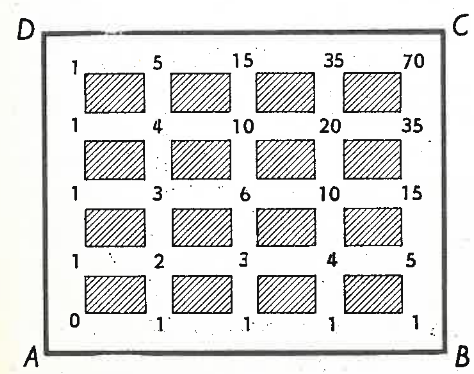
36

Strojvůdce opravářského vlaku zaveze na slepou kolej tři zadní vozy svého vlaku, odpojí je a s ostatními vozy odjede dopředu. Osobní vlak jede za ním, a když dojede ke slepé koleji, připne tři opravářské vozy a vrátí se s nimi na původní místo, kde je odepne. V tom čase odtáhne lokomotiva na slepou kolej dva zbývající vozy opravářského vlaku. Nyní má osobní vlak již volnou cestu.

37

Parsek je přibližně 80 302 083krát větší než vzdálenost

Obr. 166



Měsíce od Země. Jestliže vzdálenost z Nitry do Bratislavy považujeme za parsek, potom vzdálenost Měsíce od Země bude 80 302 083krát menší a znázorní ji úsečka o velikosti 1 mm.

38

Letadlo přistálo 40 minut před termínem: 30 minut, které po jeho přistání jel cyklista, a 10 minut, které měl jet motocyklista na letiště.

39

Po všech výměnách měl každý 8 jablek. Předtím, než nejstarší z nich dal polovinu svých jablek bratrům, měl 16 jablek. Prostřední a nejmladší měli po 4 jablkách. Předtím, než rozdělil svá jablka prostřední bratr, měl 8 jablek, nejstarší 14 jablek a nejmladší 2 jablka. Předtím, než rozdělil svá jablka nejmladší bratr, měl 4 jablka, prostřední měl 7 jablek a nejstarší 13 jablek. Protože na začátku dostal každý tolik jablek, kolik mu bylo let před třemi roky, bylo nyní nejmladšímu 7 let, prostřednímu 10 let a nejstaršímu 16 let.

40

Označme jednoho z nich písmenem *A*, druhého písmenem *B* a třetího písmenem *C*. Nechť ten, který uvažoval, je třeba *A*. Všiml si, že se směje *B* i *C*. *B* se směje proto, že vidí zamazané čelo *C* i *A*. O sobě však neví, zda ho má též začerněné. Protože nad smíchem *C* se *B* nepozastavuje, *A* z toho usuzuje, že i on má čelo začerněné.

41

Např. $\frac{148}{296} + \frac{35}{70} = 1.$

42

Počet bodů, které získal každý chlapec, musí být 71 a počet čísel, jejichž součtem bude číslo 71, musí být 6.

Je možné jen toto rozdělení:

1. chlapec: 25, 20, 20, 3, 2, 1 — dohromady 71 bodů,
2. chlapec: 25, 20, 10, 10, 5, 1 — dohromady 71 bodů,
3. chlapec: 50, 10, 5, 3, 2, 1 — dohromady 71 bodů.

Protože prvními dvěma zásahy získal Jan 22 bodů, patří mu první řádek. Pavel získal první ranou 3 body, patří mu třetí řádek. Střed terče zasáhl Pavel.

43

Napřed je třeba vědět, že:

1. součet bodů na každých dvou protilehlých stěnách je 7;
2. existují dva způsoby rozmístění bodů na sousedních stěnách, viz. obr. 167.

S těmito poznatky již lehce vyřešíte danou úlohu.

44

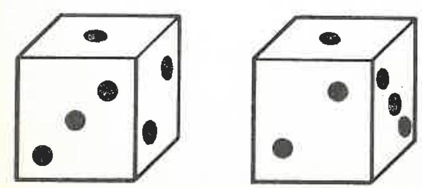
a) $9 + 8 + 7 + 65 + 4 + 3 + 2 + 1 = 99$ (7 znaků +), nebo
$9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 43 + 21 = 99$ (6 znaků +).

b) $1 + 2 + 34 + 56 + 7 = 100$ (4 znaky +), nebo
$1 + 23 + 4 + 5 + 67 = 100$ (4 znaky +).

45

Polakovič bydlí v Praze. Novák bydlí v Brně, protože nebydlí nejblíže k průvodčímu. Ten bydlí na $\frac{1}{2}$ cesty

Obr. 167



I *II*

z Prahy do Brna a nejblíže u něj bydlí ten cestující, který má 3krát větší plat. Jestliže Novák vydělá 2 500 Kčs měsíčně, není toto číslo dělitelné třemi. Jméno průvodčího podle bodu 3 podmínky je tudíž Novák. Strojvůdce se jmenuje Zelinka, což vyplývá z bodu 6 podmínky, a topič se jmenuje Polakovič.

46

Na začátku je žlutá tužka zamazaná v délce 1 cm. Jestliže se modrá tužka pohybuje dolů na vzdálenost 1 cm, zamaže se druhý centimetr její délky, a když se vrací zpět nahoru, zamaže druhý centimetr modré tužky druhý centimetr žluté tužky.
Tak každá dvojice pohybů dolů a nahoru zamaže 1 cm žluté tužky. Deset pohybů dolů a nahoru zamaže tužku v délce 10 cm, takže dohromady s 1 cm, který již byl zamazán na začátku, bude žlutá i modrá tužka zamazaná v délce 11 cm.

47

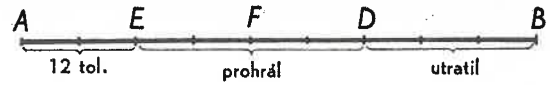
Emila jako pachatele připouštějí Karel a Rudolf. Jana jako pachatele připouštějí též Karel a Rudolf. Karla jako pachatele připouštějí Emil a Rudolf. Proti Rudolfovi však svědčí výpovědi Emila, Jana a Karla, tudíž okno rozbil Rudolf.

48

Číslo 76 jsme dostali, když jsme od čísla, jehož počet stovek byl 7 a počet desítek 6, odepsali jednotky. Jestliže počet jednotek hledaného čísla byl 6 a ty jsme sečetli s číslem 6 na číslo 12, bylo původní číslo 75 ($756 + 6 =$ $= 762$, 762).

49

A usuzoval takto: „Moji kamarádi *B*, *C* mají oba bílé papírky. Já tudíž mohu mít buď bílý, nebo černý pa-



Obr. 168

pírek. Předpokládejme, že mám černý. Potom *B* může s určitostí prohlásit barvu svého papírku, protože může uvažovat takto: „Vidím, že *A* má černý papírek a *C* bílý, takže já mohu mít bílý nebo černý, černý však nemohu mít, protože *C* ví, že černé papírky jsou jen dva, a kdyby viděl černý papírek u mě i u *A*, hned by ohlásil barvu svého papírku. *C* to však nehlásil, přemýšlí tudíž, zda sám nemá černý papírek. To však znamená, že na čele *B* vidí bílý papírek. *B* však též mlčí, takže ani *A* nemá černý papírek. Jestliže není černý, musí být tudíž bílý."
Tak usuzoval *A*, neboť byl přesvědčen, že jeho přátelé umějí též logicky myslit. Podobně usuzovali i ostatní dva, a proto všichni najednou došli k správnému závěru, že všichni mají na čele bílé papírky.

50

Jestliže utratil $\frac{1}{3}$ svých peněz, zůstaly mu $\frac{2}{3}$. Z těchto $\frac{2}{3}$ prohrál $\frac{2}{3}$, tj. $\frac{4}{9}$. Chybějící částka je tudíž $\frac{1}{3} + \frac{4}{9} =$ $= \frac{7}{9}$ původní částky. Zbylých 12 tolarů jsou tudíž $\frac{2}{9}$ z původní částky, takže celá částka byla 54 tolarů.
Příklad možno řešit i bez počítání, jen náčrtem (obr. 168).
Jestliže $AE = 12$ tolarů, AD jako trojnásobek je 36, DB je polovina AD, tudíž 18.
Celkem měl $36 + 18 = 54$ tolarů.

51

$\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ je $\frac{7}{12}$. Zbylých 8 m je $\frac{5}{12}$ sukna. Z toho vyplývá, že $\frac{1}{12}$ je $\frac{8}{5}$ metru. Celý balík, tj. $\frac{12}{12}$, je $12 \cdot \frac{8}{5} = \frac{96}{5} = 19\frac{1}{5}$ metru.

52

Vyjděme z výsledku: na konci mu zůstalo 48 tolarů. Předtím utratil 72 tolarů, to znamená, že předtím měl $48 + 72 = 120$ tolarů. To byl čtyřnásobek jeho předešlého majetku, tudíž před třetím jarmarkem měl $120 : 4 = 30$ tolarů. Na druhém jarmarku měl o 54 tolarů více, tedy 84 tolarů. Před druhým jarmarkem měl $\frac{1}{3}$ z toho, tedy 28, předtím $28 + 30 = 58$, původně z toho $\frac{1}{2}$, tj. 29 tolarů.

53

Po uplynutí 7 měsíců měl sluha dostat $\frac{7}{12}$ ze 100 tolarů a $\frac{7}{12}$ z hodnoty obleku. Neměl tudíž nárok na celou mzdu, ani na celý oblek. $\frac{5}{12}$ z hodnoty obleku $+ 20$ tolarů znamenalo mzdu v tolarech za 7 měsíců.

$$\frac{7}{12} \cdot 100 = \frac{700}{12}$$

$$\frac{700}{12} - 20 = \frac{700 - 240}{12} = \frac{460}{12}$$

$\frac{5}{12}$ z hodnoty obleku je tudíž $\frac{460}{12}$; z toho $\frac{1}{12}$ je $\frac{92}{12}$, z čehož vyplývá, že hodnota obleku byla 92 tolarů.

II

1

Úloha má více řešení. Některá z nich:

M:	1,	15,	8,	10
A:	12,	6,	13,	3
Z:	14,	4,	11,	5
T:	7,	9,	2,	16

nebo:

M:	1,	12,	14,	7
A:	15,	6,	4,	9
Z:	8,	13,	11,	2
T:	10,	3,	5,	16

Najděte další.

2

Předpokládejme, že jsou ramena vah např. v poměru 1 : 2. Uvažujme o případě, že zákazník žádal 2 kg zboží. Při jednom vážení navážil prodavač ve skutečnosti 0,5 kg, při druhém 2 kg (první kilogram vážil při poměru 1 : 2 a druhý kilogram při poměru 2 : 1). Navážil tudíž celkem 2,5 kg místo 2 kg. Svým způsobem vážení tudíž poškozoval obchod.

3

Jestliže myšlené číslo označíme písmenem x, po zvětšení čtyřikrát dostáváme $4x$. Připočteme-li 20, dostaneme $4x + 20$. Výsledek dělíme dvěma: $(4x + 20) : 2 = 2x + 10$. Odečteme $10 : 2x + 10 - 10 = 2x$. Dostáváme dvojnásobek myšleného čísla, takže myšlené číslo dostaneme, jestliže ohlášený výsledek dělíme dvěma.

4

$$\begin{aligned} 1960 - x &= 1900 + x \\ 2x &= 60 \\ x &= 30 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 1960 - z &= 1800 + z \\ 2z &= 160 \\ z &= 80 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1960 - y &= 1950 + y \\ 2y &= 10 \\ y &= 5 \end{aligned}$$

Otec se narodil v roce 1930 — věk 30 let.
Dědeček se narodil v roce 1880 — věk 80 let.
Syn se narodil v roce 1955 — věk 5 let.

5

$D = 32$, $A = 16$, $B = 2$, $C = 30$.

6

V rotě bylo 161 lidí. Představených bylo 16 (tj. velitel, nižší důstojníci a poddůstojníci), podřízených tudíž muselo být 160. Mezi podřízené patří všichni důstojníci a poddůstojníci kromě velitele, čili 161 — 1.

7

Správný postup zaručuje vítězství tomu, kdo hru začíná. Začínající hráč musí vzít při prvním tahu 2 zápalky a potom podle toho, kolik zápalek vezme spoluhráč, musí postupovat takto:

Jestliže vzal spoluhráč sudý počet zápalek, je třeba mu ponechat takový počet, který je o 1 větší než některý násobek šesti (19, 13, 7); jestliže soupeř vzal lichý počet zápalek, je třeba mu ponechat takový počet, který je o 1 menší než některý násobek šesti (23, 17, 11, 5). Jestliže to není možné, je třeba mu ponechat počet zápalek dělitelný šesti (24, 18, 12, 6).
Vezmete např. 2 zápalky a váš soupeř 4 nebo 2 (sudý počet). Zůstane $27 - 6 = 21$, nebo $27 - 4 = 23$ zápalek. Podle pravidla vezmete 2 nebo 4 zápalky, aby soupeři zbylo 19 zápalek. Jestliže váš spoluhráč vzal 3 zápalky (lichý počet), zůstalo $27 - 5 = 22$ zápalek. Protože mu nemůžete nechat 17 zápalek, musíte vzít 4 zápalky, aby zůstalo 18 zápalek. Jestliže vzal soupeř jen 1 zápalku, musíte vzít 3, aby zůstalo $27 - 4 = 23$ zápalek atd. Při čísle 7 nebo méně než 7 již je zřejmé, kolik je třeba vzít zápalek, aby byla výhra zabezpečena.

8

Číslo telefonu podle daných podmínek bylo zřejmě 43 210.

9

Karel utrhl určitý počet lískových oříšků; označme je např. x. Od Pavla vyhrál také tolik, takže měl potom $x + x$. Od Jožky vyhrál 6, měl tudíž $x + x + 6 = 2x + 6$. Polovinu dal sestře, zůstalo mu $x + 3$. To, co mu zůstalo, je 15 kusů. Na začátku tudíž měl $15 - 3 = 12$ kusů.

10

První viděl T dým, rychlost světla je 300 miliónů metrů za vteřinu. Druhý viděl H stopu po střele, protože střely z kulovnice letí rychleji než zvuk, rychlost u ústí je 750 až 900 m/s. Naposledy slyšel výstřel D, zvuk se šíří vzduchem rychlostí 330 m/s.

11

Jestliže myšlené číslo označíme např. písmenem x a naznačíme uvedené manipulace, dostaneme výraz
$[(x + 9) . 2 - 8] : 2 - 5 = x$.

12

Prvočíslem, končícím na 5 je jedině 5. Tím, že se začíná hovořit až od 11 o prvočíslech, měla se odvést pozornost právě od 5. Ostatní čísla zakončená na 5 jsou čísla složená.

13

Sčítají se čísla, stojící na sudých místech, tj. $21 + 18 + 17 = 56$, potom čísla stojící na lichých číslech kromě čísla prvního, tj. $20 + 12 = 32$. Rozdíl $56 - 32 = 24$ je dvojnásobek druhého čísla, které bylo třeba uhádnout. Druhé číslo je tudíž $24 : 2 = 12$. Další čísla se vypočtou takto: $18 - 12 = 6$ (první číslo), $21 - 12 = 9$ (třetí číslo), $20 - 9 = 11$ (čtvrté číslo), $18 - 11 = 7$ (páté číslo), $12 - 7 = 5$ (šesté číslo). Zkuste totéž sami s jinými čísly.

14

O 20. hodině.

$$2x + \frac{24 - x}{4} = 12 + x$$

$$\begin{aligned} 4(x - 12) &= -24 + x \\ 4x - 48 &= -24 + x \\ 3x &= 24 \\ x &= 8 \\ 12 + 8 &= 20 \end{aligned}$$

15

Druhá mocnina dvojciferného čísla $10a + b$ je součtem $100a^2 + 10 . 2ab + b^2$. Jestliže $b = 5$, poslední dvě místa jsou vždy 25, první dvě se rovnají $a^2 + a$. Například 45^2: První dvě místa jsou $4^2 + 4 = 20$, výsledek je tudíž 2 025.

16

Úsudkem lehce přijdeme na další možná symetrická čísla, např. 25 052, 25 152, 25 252 apod. Jestliže se jednalo o dvě hodiny jízdy, můžeme celkem jistě tvrdit, že to bylo nejbližší symetrické číslo: 25 052. Automobil tudíž ujel 110 km, čili jel rychlostí 55 km/h.

17

Chlapec měl na začátku 40 kuliček minus 15 vyhraných kuliček, tudíž 25 kuliček.

18

Uvádíme čtyři možné případy (kombinace):

7	5	5	1
7	5	3	3
7	7	3	1
5	5	5	3

19

Vyhraje ten, kdo před koncem hry ponechá soupeři 7 zápalek. Všech 7 zápalek totiž spoluhráč nemůže vzít a ať vezme jakýkoli počet v rozsahu 1 — 6 zápalek, nemůže vzít poslední. Aby bylo možné nechat spoluhráči na stole 7 zápalek, je nutno mu předtím ponechat 14, ještě předtím 21 a 28.
Jestliže tudíž vezme začínající hráč dvě zápalky a dále bude postupovat, jak je zde uvedeno, vyhraje.

20

Každý návštěvník si vymění se spolustolovníky $(n - 1)$ stisků ruky. 19 stisků ruky dostaneme jen při kombinaci

$$\begin{aligned} 1 + 2 &= 3 \\ 1 + 2 + 3 &= 6 \\ 1 + 2 + 3 + 4 &= \underline{10} \\ & 19 \end{aligned}$$

Návštěvníci seděli u tří stolů, kde byl počet účastníků 3, 4 a 5.

21

Prohrává ten, kdo vezme poslední zápalku. Předtím musí táhnout z 5 zápalek. Jestliže vezme 1, 2 nebo 3 zápalky, může první hráč brát podle toho 3, 2 nebo 1 zápalku. Na druhého v každém případě zůstane $5 - 4 = 1$ zápalka. Předtím musí první hráč ponechat druhému 9 zápalek.

a) Jestliže je celkem 11 zápalek, ten, kdo při hře začíná, musí vzít 2, aby jich zůstalo 9, atd., jak jsme již uvedli, a vyhraje.

b) Jestliže je počet zápalek 30, ten, kdo chce vyhrát, musí odebírat zápalky podle pravidel hry tak, aby druhému zůstávalo 29, 25, 21, 17, 13, 9, 5, 1, tudíž v prvním tahu musí vzít 1 zápalku.

22

Chyba při „výménném" obchodě by byla hned zřejmá, jakmile by prodavačka dala panu Mudrákovi za vrácenou čepici 25 Kčs. Musel by zřejmě ještě dalších 25 Kčs doplatit. Za původní peníze dostal zboží, a proto nemůže touto částkou platit ještě jednou.

23

Kdo chce vyhrát, musí první říci číslo 89. Jestliže bude totiž součet, který oznámíme, o 11 menší než 100, může spoluhráč přičítat kterékoli číslo od 1 do 10 a vždy se ještě najde sčítanec, kterým je možno součet doplnit do 100.

Abychom však došli k číslu 89, musíme před ním vyslovit opět číslo o 11 menší, tj. 78, předtím 67, 56, 45, 34, 23, 12, 1. Jestliže tudíž začneme jednotkou, spoluhráč nám nemůže zabránit, abychom neřekli 12, 23 atd. Jestliže spoluhráč řekne jednotku, má možnost vyhrát, musel by

ovšem znát klíč ke hře, jinak po několika dalších krocích můžeme obsadit klíčová čísla my a zajistit si tak výhru.

24

Součet obou sloupců je týž.

25

Jestliže k trojcifernému číslu připíšeme zprava totéž číslo, je to totéž, jako bychom dané číslo násobili číslem 1 001. Je zřejmé, že dělíme-li nyní výsledek 7, potom 11 a 13, dostaneme totéž číslo, protože $7 \cdot 11 \cdot 13 = 1\,001$.

26

Úloha je jen slovní hříčkou, která měla zbystřit váš úsudek. Nemá totiž smysl sčítat zbytky.

27

Kroužky se sejdou zase společně najednou za počet dní, který bude vyjádřen číslem dělitelným čísly 2, 3, 4, 5 a 6. Je to číslo 60. Všechny kroužky se tedy opět sejdou 61. den.

28

Např. 100 kusů po 7, 5 kusů po 18 a 7 kusů po 30 haléřích.

Vycházejte z rovnice $30x + 18y + 7z = 1\,000$, což dává 124 řešení, i ze zkušenosti, že 18 h a 7 h je 25 h a ty jsou obsaženy ve 100 beze zbytku.

29

V I. oddělení je 800 Kčs, v druhém 600 Kčs, v III. 200 Kčs, v IV. 300 Kčs, v V. 160 Kčs a v VI. 80 Kčs, dohromady 2 140 Kčs.

30

Jde o známý vztah $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$. Protože se v daném případě $a - b$ vždy rovná 1, platí tedy $a^2 - b^2 = a + b$.

Můžete si však tento vztah vyzkoušet i pro případy, kdy čísla nejdou bezprostředně za sebou, např. $2 \times 2 = 4$ a $4 \times 4 = 16$. Potom $16 - 4 = 12$, $4 + 2 = 6$, $4 - 2 = 2$ a $2 \times 6 = 12$.

31

Počet teček v horní polovině jsi násobil deseti a k tomu jsi přičítal tečky z dolní poloviny. Vzniklo dvojciferné číslo, jehož počet desítek udává počet teček horní poloviny a počet jednotek udává počet teček dolní poloviny.

32

Původně koupil 25 želv. Výsledek jsme dostali vyřešením soustavy rovnic:

$$\begin{aligned}
xy &= 4\,000\\
(x-5)(y+40) &= 4\,000\\
\hline
xy - 5y + 40x - 200 &= 4\,000\\
-xy &= -4\,000\\
\hline
40x - 5y &= 200 \quad /:5\\
8x - y &= 40\\
y &= 8x - 40\\
8x^2 - 40x &= 4\,000 \quad /:8\\
x^2 - 5x &= 500\\
x &= 25
\end{aligned}$$

33

Číslice jednotek je o 5 větší než číslice desítek, proto $(9 - 5) : 2$ je číslice desítek. Číslice jednotek je 7. Číslo, které jsem dostal, je tudíž 27. Když toto číslo násobíme dvěma, dostaneme trojnásobek hledaného čísla zvětšený o 6. Trojnásobek hledaného čísla je proto 48 a hledané číslo je 16.

34

Nejlepší odpověď dá algebraické řešení, kde si jednotlivá čísla označte písmeny. Předposlední řádek ukáže, že

seskupení čísel, která vznikla vzájemným odčítáním, bude ve všech čtyřech případech totéž, proto se při dalším odčítání ruší. Když seřadíte čísla podle velikosti a odečtete, zjistíte, že je to jen řetězové odčítání a že jste nedělali nic jiného, než odčítávali $3 - 3$, $8 - 8$, $17 - 17$, $107 - 107$.

35

Každé číslo, které napsal žák, doplnil učitel do 999. Proto součet všech čtyř čísel musel být 1 998.

36

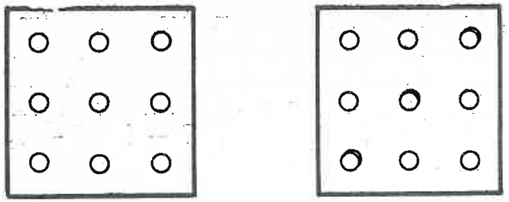
Abychom dostali na konci 8, musí počet končit číslem 3 nebo 8. Když násobíme 3, nedostaneme vyhovující řešení. Když násobíme 8, vychází konec řádku 88. Máme-li dostat 28, musí druhý řádek končit 4. Číslo 4 obdržíme, násobíme-li 4 nebo 9 ($4 \times 6 = 24$; $9 \times 6 = 54$). Při dvojčíslí 98 vychází přesně 7,28 na konci. Podmínkám tedy vyhovuje součin $49{,}36 \times 98 = 4\,837{,}28$. Družstvo tudíž prodalo 98 q za 4 837 Kčs 28 hal.

37

Hromádka	Původní rozložení	1. tah	2. tah	3. tah
První	11	$11 - 7 = 4$	4	$4 + 4 = 8$
Druhá	7	$7 + 7 = 14$	$14 - 6 = 8$	8
Třetí	6	6	$6 + 6 = 12$	$12 - 4 = 8$

38

Devět mincí rozložíme do tří řad a tří sloupců po třech mincích tak, aby tvořily čtverec. (Viz obr. 169a.) Zbývající tři mince položme na mince umístěné na úhlo-



Obr. 169a, b

příčce. Ve všech řadách i sloupcích bude nyní po 4 mincích (viz obr. 169 b).

39

Jsou to čísla: 20, 12, 4 a 64.

40

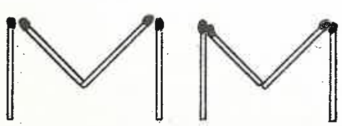
Hledaná čísla jsou: 219, 438 a 657.

41

Zvolme si třeba číslo 735. Číslo vytvořené z týchž číslic, ale v obráceném pořadí, je 537. Po odečtení menšího od většího dostáváme 735—537 = 198. Dostali jsme číslo s devítkou uprostřed. Poslední číslice se doplňuje s první na 9. Jestliže se tudíž dozvíme, že poslední číslice rozdílu je 8, o prostřední víme, že je 9, první bude 1, čili rozdíl je 198. Tak je to i tehdy, pokud si zvolíme jiná čísla. Vždy budeme hravě umět určit z uvedené poslední číslice celý rozdíl.

42

Viz obr. 170.



Obr. 170

43

Podívejme se na tabulku všech možných výsledků:

11 . 99 = 1 089
22 . 99 = 2 178
33 . 99 = 3 267
44 . 99 = 4 356
55 . 99 = 5 445
66 . 99 = 6 534
77 . 99 = 7 623
88 . 99 = 8 712
99 . 99 = 9 801

Vidíme, že první číslice součinu zleva vždy doplňuje třetí číslici na devět, stejně tak jako druhá číslice čtvrtou číslici.
Druhá číslice je vždy o 1 menší než první. Číslice násobence se shodují s první číslicí součinu.
Jestliže poznáme tyto vlastnosti, můžeme určit výsledek kteréhokoliv z uvedených součinů podle jediné číslice. V našem případě je třetí číslice 5. To znamená že první číslice je 4, druhá číslice je 3 a čtvrtá číslice je 6. Hledané číslo je 4 356.
Podle uvedených vlastností umíme určit i činitele. První činitel je 44 a druhý 99.

44

Všechny tři ručičky se budou krýt znovu až o 12. hodině.

45

Příčinu uvidíme, jestliže pořadí násobení obrátíme:

12 345 679 × 9
111 111 111

Jakmile nyní násobíme součin kterýmkoliv jednociferným číslem, dostaneme devíticiferné číslo, jehož všechny číslice jsou stejné.

46

Úlohu možno řešit několika způsoby. Jeden z nich uvádíme:

$$7 \times 3 + 2 - 5 - 8 = 10$$
$$5 \times 5 - 2 \times 5 - 5 = 10$$
$$8 \times 2 + 4 - 6 - 4 = 10$$
$$-7 \times 5 + 3 \times 3 \times 5 = 10$$
$$6 \times 3 - 4 + 2 - 6 = 10$$
$$4 + 3 - 5 + 3 + 5 = 10$$

47

Na obr. 171 je uveden postup přemísťování zápalek označených čísly 1 — 10.
Jiná možnost je tato: 5 na 2, 7 na 10, 3 na 8, 1 na 4, 9 na 6.
Další obměna: 7 na 10, 4 na 8, 6 na 2, 5 na 9 a 1 na 3.

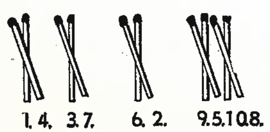
48

a) Zbytek při dělení čísla devíti je stejný jako zbytek při dělení jeho ciferného součtu. O kolik jednotek se zmenší ciferný součet po přeškrtnutí některé číslice, o tolik jednotek se zmenší i zbytek.
b) Jestliže je druhý zbytek větší než první, přičteme k prvnímu zbytku 9, tj. dělitele.
c) Zbytky se rovnají proto, že přeškrtnutím 9 nebo 0 se zbytek při dělení ciferného součtu nezmění.

49

Nejdříve je třeba si uvědomit, že v plné krabičce je

Obr. 171



přibližně 50 zápalek. Při pokusu vždy vyjde násobek devíti. Počet zápalek se dá všeobecně vyjádřit $10a + b$. Čísla po sčítání dají $a + b$. Po odebrání zůstane v krabičce $10a + b - (a + b) = 9a$ zápalek, což je násobek devíti. Zatřeseme-li krabičkou, přibližně odhadneme, o který násobek jde.

III

1

Při druhém bití byl počet úderů o 1 větší než při prvním a při třetím byl o 2 větší než při prvním bití. Počet úderů při prvním bití byl tudíž (18 — 3) : 3 = 5. Karel slyšel bít 5., 6. a 7. hodinu.

2

Petr, Jan, Karel, Václav, Toník, Ludvík, Igor, Tomáš.

3

Chlapec obrátil papírek s číslem 666 a dostal 999. Výpočet dokazuje, že výsledek je doopravdy správný:

666 . 1,5
333 0
999,0

4

Ciferník hodin rozdělíme na tři části podle podmínky takto (obr. 172):
Součet čísel v každé části se rovná 26.

5

Ve spodní polici je o 25 knih více než ve vrchní.

6

V prvním voze jeli 3 lidé, v druhém 11 a v třetím bylo 8 lidí.

7

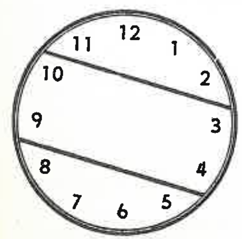
Protože žák vzal 4 v násobiteli místo jednotky, součin se zmenšil o 3 násobence. Rozdíl správného výsledku a výsledku, jehož dosáhl žák (600 — 525 = 75), se proto rovná třem násobencům. Jeden násobenec je tudíž 25. Násobitel je 600 : 25 = 24.

8

Největší počet kuliček, které můžeme vytáhnout tak, aby nebylo 20 stejné barvy, je po 19 modrých, červených a bílých, 14 zelených a zbývajících 20 žlutých, černých nebo hnědých. Jestliže vytáhneme o 1 víc, máme jistotu, že bude 20 kuliček stejné barvy. Musíme proto vytáhnout nejméně 19 + 19 + 19 + 14 + 20 + 1 kuliček.

9

Aby si mohla na 1 tyč sednout 1 kavka, potřebovali bychom ještě jednu tyč. Budou-li sedět kavky po dvou,



Obr. 172

Obr. 173

klesne potřeba tyčí na polovinu. Tím, že budou kavky sedět po dvou, klesne potřeba tyčí o 2. Z toho můžeme usoudit, že počet kavek je 4 a počet tyčí 3.

10

Rozložená kostka představuje kostku číslo 3.

11

a) (80 — 8) : 2 = 36. Jedno je 36, druhé 44.
b) Jedno i druhé znázorníme úsečkami (obr. 173). Obě dohromady dají 80.
Po úpravách je každé 40. Původně bylo jedno 56 a druhé 24.
c) (75 — 1) : 2 = 37. Jedno je 37 a druhé 38.
d) (48 — 3) : 3 = 15. Jedno je 15, druhé 16, třetí 17.
e) (50 — 2) : 2 = 24. Jedno je 24 a druhé 26.

12

Chybné jsou výpočty, které udávají, že rybník se pokryje žabincem za poloviční čas. Normálně by byly druhý den na rybníčku dva lístečky. V našem případě se tudíž pokryje za 29 dní.

13

a) Násobitel se rovná číslu 18.
b) Tím, že k dvojcifernému násobenci připíšeme zleva číslici 1, zvětšíme násobence o 100 jednotek. Součin se tak zvětší o 100 násobitelů. Dělíme-li 2 400 stem, dozvíme se, čemu se rovná násobitel (2 400 : 100 = = 24).

c) Jestliže násobitel se rovná 10, součin se rovná desetinásobku násobence. Součin je o 720 větší než násobenec, proto se 720 rovná devítinásobnému násobenci. Násobenec je proto 720 : 9 = 80.

14

Mince si očíslujte a potom přeložte korunu číslo 4 na 1, 6 na 9, 8 na 3, 5 na 2, 7 na 10.

15

Abychom dostali čísla 22, 33, 44 atd. až 99, musíme dělit číslem 91 dvojnásobek, trojnásobek atd. až devítinásobek čísla 1 001, neboť číslo 22, 33, 44 je dvoj-, troj-, čtyřnásobkem čísla 11, které je podílem čísla 1 001 děleného číslem 91. Jestliže dělitel zůstává nezměněn, musí se dvakrát, třikrát, čtyřikrát atd. zvětšit dělenec, jestliže má mít podíl tyto vlastnosti.

16

a) 5 — 1, 6 — 1, 9 — 3, 10 — 3, 8 — 14, 7 — 14, 4 — 2, 11 — 2, 13 — 15, 12 — 15.
b) 5 — 1, 6 — 1, 9 — 3, 10 — 3, 8 — 14, 4 — 13, 11 — 14, 15 — 13, 7 — 2, 12 — 2.

17

Součin podílu a dělitele je dělenec. Jakmile je to dělení se zbytkem, dostaneme dělence po přičtení zbytku.
V našem případě je známý dělenec, podíl a zbytek. Dělme dělence podílem:
789 : 66 = 12
  6
Dělitelem je tedy číslo 12.

18

Taneční záhadu řešíme pomocí dedukce takto:
a) Dana tančila s mužem Evy, a to byl zřejmě Cyril (vyplývá z předešlého).

b) Adam tančil s Evou a tudíž jeho manželkou mohla být jen Dana nebo Františka.
c) Boris tančil s Františkou, a tudíž jeho manželkou mohla být jen Dana nebo Eva.

Z toho tudíž vyplývá, že Eva je manželkou Cyrila a Františka je manželkou Adama (manželkou Borise být nemůže — viz c). A tak zůstává poslední pár Dana a Boris.

19

Toník má nyní o 3 ořechy víc. Karel měl víc o 5 ořechů. Když dal Toníkovi 4, zůstalo mu o 1 více. Toníkovi však přibyly 4 ořechy, takže má nyní o 3 ořechy více.

20

První sčítanec se rovná 8 částem a druhý 12 též takovým částem. Velikost jedné části je 140 : 20 = 7. První sčítanec je 7 . 8 = 56, druhý 7 . 12 = 84.

21

Každá políbila 5 přítelkyň, každý polibek se počítá dvěma přítelkyním, tudíž (6 × 5) : 2 = 15.

22

První hráč vyhrál 4 partie a doplácel 8 Kčs, čili druhý vyhrál 12 partií. Partií bylo tudíž 16 a jedna trvala průměrně 6 minut 15 vteřin.

23

a) K dělenci je třeba přidat číslo rovnající se děliteli.
b) Podíl se zmenší o 3.

24

a) Od čísla 80 odečteme 8 a výsledek dělíme dvěma. Dostaneme myšlené číslo: 80 — 8 = 72, 72 : 2 = 36. Myšlené číslo je 36.
b) Součet prvního a druhého čísla je 75. Součet prvního

a trojnásobku druhého je 145. Dvojnásobek druhého je 145 — 75 = 70. Druhé číslo je 35, první tudíž 40.

25

Konečný počet předků je dán výrazem 2^x, kde x je počet následujících generací. V našem případě $x = 8$, 2^8 je 256. Prapradědečkové a praprababičky měli tudíž 256 prapradědečků a praprababiček.
(Z jedné generace je 16 prapradědečků a praprababiček, z nichž každý má po 16 prapradědečcích a praprababičkách, tudíž dohromady 16 . 16 = 256.)

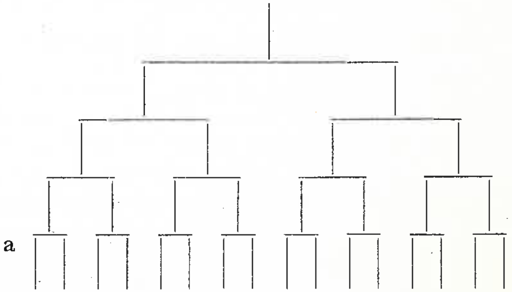
Schematicky:

rodiče

dědečkové a babičky

pradědečkové a prababičky

prapradědečkové a praprababičky



26

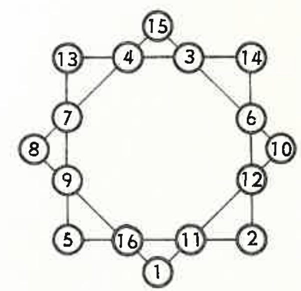
a) Na délku 10 cm se vejde 6 kamínků ve vzdálenosti 2 cm.
b) Od prvního kamínku k poslednímu je 12 cm.
c) Obě řady jsou stejně dlouhé.

27

Viz obr. 174.

28

Jestliže z druhého stromu odletělo 7 vrabců, zůstalo na



Obr. 174

stromě $25 - 7 = 18$ vrabců, kteří byli na stromech rozděleni v poměru 2 : 1, tudíž 12 a 6. Na začátku bylo na prvním stromě $12 + 5 = 17$ vrabců a na druhém $25 - 17 = 8$ vrabců.

29

Počet hodin jednoho dne rozdělíme na 4 stejné díly. Dostaneme $24 : 4 = 6$. Od půlnoci uplynulo třikrát víc, tj. $3 \cdot 6 = 18$ (h) a do půlnoci chybí ještě 6 hodin. Je tudíž 6 hodin večer čili 18 hodin.

30

150 000 : 3 000 = 50. Za 50 měsíců vypadne 150 000 vlasů. 50 měs. = 4 roky 2 měsíce. Průměrný věk vlasu je 4 roky a 2 měsíce.

31

100 g odvážíme tak, že na jednu misku dáme závaží o váze 81 g + 27 g + 1 g a na druhou misku závaží o váze 9 g + vážené zboží a váhy uvedeme do rovnováhy. 500 g odvážíme tak, že na jednu misku dáme závaží o váze 729 g + 27 g a na druhou misku závaží o váze 243 g, 9 g, 3 g a 1 g + vážené zboží a váhy uvedeme do rovnováhy. 1 000 g odvážíme tak, že na jednu misku dáme závaží o váze 729 g, 243 g, 27 g a 1 g a na druhou misku vážené zboží. 1 001 g odvážíme tak, že na jednu misku dáme 729 g, 243 g, 27 g a 3 g a na druhou vážené zboží a 1 g.

32

Na střelnici bylo těchto 5 zásahů: $25 + 11 + 3 \times 8$. Jiná možnost je: $25 + 17 + 8 + 2 \times 5$.

33

Tím, že odečteme rozdíl, odčítáme menšence a sčítáme menšitele. Proto výsledek se rovná dvojnásobnému menšiteli.

34

Viz obr. 175.

35

Jestliže by jel motocyklista stejnou rychlostí jako jezdec, sedmkrát větší vzdálenost by ujel za sedmkrát delší čas, tj. za 140 hodin. Jede však čtyřikrát rychleji, pojede tudíž čtyřikrát kratší dobu, tj. ($140 : 4 = 35$) 35 hodin.

36

Jestliže přemístíme peníze z pravé kapsy do levé, zůstane v pravé o 3 Kčs více než v levé. V obou kapsách bylo však dohromady 35 Kčs. Po odečtení tří korun dostaneme 32 Kčs, ty dělíme dvěma a dostaneme množství peněz v levé kapse: 16 Kčs. V pravé bylo 19 Kčs.
Jenže v levé kapse bylo 16 Kčs až potom, kdy bylo do ní vloženo tolik, kolik v ní bylo původně. V levé kapse tudíž původně bylo 8 Kčs, ostatní peníze byly v pravé, tj. v pravé kapse bylo 27 Kčs.

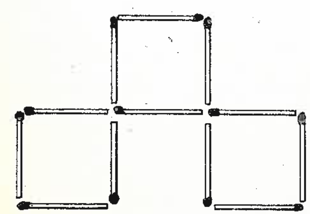
37

Obdélník složíme ze 7 obrazců takto (obr. 176).

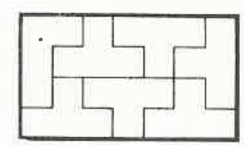
38

Označme počet vnuků písmenem x. Když babička dá

Obr. 175



Obr. 176



každému 5 koláčů, potřebuje $5x$ koláčů. Tolik jich však nemá, chybějí jí 3 koláče. Dá-li každému 4 koláče, potřebuje $4x$ koláčů. Tolik jich má, ještě jí i 3 koláče zbudou. Má tudíž $(4x + 3)$ koláčů. Z toho plyne, že $5x - 3 = 4x + 3$, $x = 6$.
Babička má 6 vnuků.

39

Ze 12 zápalek je možno sestavit 6 čtverců jen tak, že zápalky spojíme (např. lepidlem) tak, aby tvořily hrany krychle. Povrch krychle se skládá ze 6 čtverců.

40

První dvě číslice roku narození i úmrtí jsou 1, 8. Jejich součet je 9. Součet posledních dvou číslic je tudíž $14 - 9 = 5$. Jestliže jedna je čtyřikrát větší než druhá, rozdělíme číslo 5 v poměru 1 : 4. Lermontov se narodil 1814, zemřel 1841.

41

Sečteme-li čísla od 1 do 12, je jejich součet 78. Číslo 78 rozdělíme na 3 díly. Jeden díl potom bude $78 : 3 = 26$. Součet ve vnějších kruzích bude 52 a ve vnitřních 26. Z čísel 1 — 12 máme tudíž utvořit takové čtveřice, aby jejich součet byl 26. Potom dostáváme tyto možnosti pro vnitřní kruhy:

1, 2, 11, 12	2, 3, 9, 12	3, 4, 9, 10
1, 3, 10, 12	2, 3, 10, 11	3, 5, 6, 12
1, 4, 9, 12	2, 4, 9, 11	3, 5, 7, 11
1, 4, 10, 11	2, 5, 8, 11	3, 5, 8, 10
1, 5, 8, 12	2, 5, 9, 10	3, 6, 7, 10
1, 5, 9, 11	2, 6, 7, 11	4, 5, 6, 11
1, 6, 7, 12	2, 6, 8, 10	4, 5, 7, 10
1, 6, 8, 11	2, 7, 8, 9	4, 5, 8, 9
1, 6, 9, 10	3, 4, 7, 12	4, 6, 7, 9
1, 7, 8, 10	3, 4, 8, 11	5, 6, 7, 8

Jestliže si v úloze dáme požadavek, aby ve vnitřních kruzích byla čísla, která následují za sebou, potom má úloha jedno řešení: 5, 6, 7, 8.

42

Úhel mezi dvěma sousedními čísly je $360° : 12 = 30°$.
Mezi 7 a 12 je úhel $5 \times 30° = 150°$.
Mezi 6 a $9\frac{1}{2}$ je úhel $3{,}5 \times 30° = 105°$.

43

Pionýři byli v pětistupech, musel jich být sudý počet, máme-li dostat v celkovém součtu konečnou číslici 4. Nemohlo jich být víc než 60, protože $60 \times 23 = 1\,380$. Průměrné cestovné 21 Kčs ukazuje, že pionýrů bylo 60. Víme-li, že počet pionýrů ve skupinách musí končit číslicí 6 a 4, lehce zjistíme, že této podmínce vyhovuje jen 36 pionýrů s jízdenkou po 23 Kčs a 24 po 19 Kčs. A nakonec ještě poznámka, že ve skutečnosti se takový případ nemůže stát.

44

Počet kuřat si znázorníme úsečkou libovolné velikosti, počet housat úsečkou o něco kratší a počet kachňat ještě kratší úsečkou. Dohromady je jich 90. Jestliže od tohoto počtu odečteme 15 a dělíme třemi, dostaneme počet kachňat $(90 - 15) : 3 = 25$. Housat je potom 30 a kuřat 35.

45

Počítáme s pěti vozidly. Tři z nich, označíme je A, B, C, vyjedou s plnými nádržemi společně a dorazí až do osminy celé vzdálenosti. Tam auto C odevzdá autu A a B po $\frac{1}{4}$ zásoby a se zbytkem se vrátí. Vozidla A a B jedou další osminu, potom dá B $\frac{1}{4}$ nádrže vozidlu A a se zbytkem se vrátí. Vozidlo A dojede až do čtvrtiny cesty před cílem. Tam se situace opakuje v opačném pořadí. Naproti přijede vozidlo D a odevzdá vozidlu A $\frac{1}{4}$ nádrže. Palivo jim dojde v osmině cesty, kam přijede vozidlo E a dá každému $\frac{1}{4}$ nádrže, která je třeba k návratu.

46

Následující sudé číslo se liší od předcházejícího o 2 jednotky. Druhé, třetí a čtvrté se tudíž liší od prvního celkově o 12 jednotek. Nejmenší z nich je tudíž $(76 - 12) : 4 = 64 : 4 = 16$. Druhé je 18, třetí 20 a čtvrté 22.

47

V XIX. století žil o 62 let více než ve XX. století. Celkově žil 82 let. V XX. století tudíž žil $(82 - 62) : 2 = 10$ let, v XIX. století 72 let. Narodil se r. 1828, zemřel r. 1910.

48

Počet krav je $\frac{1}{2}$ celkového počtu, počet ovcí $\frac{1}{3}$ a počet prasat je o 25 méně než $\frac{1}{3}$ celkového počtu dobytka. Krávy a ovce tvoří $\frac{5}{6}$ celkového počtu. Počet prasat je tudíž $\frac{1}{6}$ celkového počtu dobytka. Jestliže je prasat o 25 méně než ovcí a počet prasat je $\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$ celkového počtu dobytka, to znamená, že $\frac{1}{6}$ celkového počtu dobytka je 25 kusů. Celkový počet dobytka je $6 \,.\, 25 = 150$ kusů.
Počet krav je 75, počet ovcí je 50 a prasat 25.

49

Musí to být číslo, jehož rozdíl součtu číslic na sudých a lichých místech je nula nebo číslo dělitelné jedenácti.

Největší je 987 652 413 $(28 - 17 = 11)$.
Nejmenší je 102 347 586 $(18 - 18 = 0)$.

50

$12 \,.\, 483 = 5\,796$	$48 \,.\, 159 = 7\,632$
$42 \,.\, 138 = 5\,796$	$28 \,.\, 157 = 4\,396$
$18 \,.\, 297 = 5\,346$	$4 \,.\, 1\,738 = 6\,952$
$27 \,.\, 198 = 5\,346$	$4 \,.\, 1\,963 = 7\,852$
$39 \,.\, 186 = 7\,254$	

51

Počet všech klecí je $12 + 8 = 20$. Jestliže v každé kleci má být stejný počet drůbeže, počet kusů v jedné kleci bude $80 : 20 = 4$.
Počet slepic je proto $4 \,.\, 12 = 48$, počet hus $4 \,.\, 8 = 32$.

52

Každý den vystoupil šnek vlastně o 1 m. Na začátku 7. dne byl ve výšce 6 m, 7. den vystoupil 4 m, takže dosáhl vrcholu stromu.

53

Za 2 hodiny ujel jeden 24 km a druhý 30 km. Za dvě hodiny po střetnutí budou cyklisté od sebe vzdáleni 54 km.

54

Toho roku je na škole o 10 děvčat více než chlapců.

55

Karel pracoval 8 dní, Gustav 11 dní a Toník 13 dní, dohromady 32 pracovních dní. Toník vydělal o 150 Kčs více než Karel. Částka 150 Kčs je za ty dny, o které pracoval více než Karel, je to tedy odměna za 5 dní. Za 1 den dostal tudíž každý $150 : 5 = 30$ (Kčs) neboli za 32 dní $32 \,.\, 30 = 960$ (Kčs).

IV

1

Rozdíl mezi věkem otce a syna je 23 let. Synovi musí být 23 let, aby otec byl dvakrát starší než syn. (Otci je 46 let.)

2

Nechť žáků je x, potom $\frac{x}{2}$ studuje matematiku, $\frac{x}{4}$ hudbu, $\frac{x}{7}$ mlčí. Z podmínky úlohy dostáváme jednoduchou rovnici:

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{7} + 3 = x$$

$$x = 28$$

3

Označíme-li myšlené číslo písmenem x, možno pak zapsat příslušné výkony takto:

$$x - 1, \quad 2(x - 1), \quad 2(x - 1) + x$$
$$2x - 2 + x = 3x - 2$$

Ohlášený výsledek je $3x - 2$, tj. rozdíl trojnásobku myšleného čísla a čísla 2. Myšlené číslo se potom vypočítá tak, že k ohlášenému číslu přičteme ještě 2, dostaneme $3x$, z něhož dělením třemi vypočteme x.

4

Třetí nechť je x, potom první je $(x - 5)$, druhé $(x - 10)$, čtvrté $(x - 2)$ a páté $(x - 19)$.

Z rovnice

$$\begin{aligned} x + (x - 5) + (x - 10) + (x - 2) + (x - 19) &= 64 \\ 4x &= 100 \\ x &= 20 \end{aligned}$$

První je tudíž 15 (N), druhé 10 (I), třetí 20 (T), čtvrté 18 (R) a páté 1 (A).
Název města je *NITRA*.

5

Pavel koupil čtyřikrát více. Kdyby byl kupoval za tutéž jednotkovou cenu jako sestra, zaplatil by $4 \cdot 7{,}30 = 29{,}20$ (Kčs). Jestliže jednotková cena byla dvakrát menší, zaplatil $29{,}20 : 2 = 14{,}60$ (Kčs).

6

Řešme úlohu jednoduchou rovnicí

$$(x + 2) + \frac{x}{2} + 2x = 16,$$

z čehož $x = 4$. Jednotlivá čísla jsou tudíž 6, 2, 8.

7

$680 + [(680 : 3) \doteq 227] + [(227 : 3) \doteq 75] + {}$
$+ [(75 : 3) = 25] + [(25 : 3) \doteq 8] + [(8 : 3) =$
$\doteq 3] + [(3 : 3) = 1] = 1\,019$ (koláčů).

8

Brigáda zhotovila 160 košů, mistr jich vyrobil 25.

$$\frac{9 \cdot 15 + x}{10} + 9 = x$$

$$135 + x = 10x - 90$$
$$9x = 225$$
$$x = 25$$

9

Jeden pastýř měl 7 a druhý 5 ovcí.

10

$1 = (1 \cdot \sqrt{9} + 6) - 8$ $\quad$ $2 = 1 + \sqrt{9} + 6 - 8$
$3 = -\sqrt{19 + 6} + 8$ $\quad$ $4 = -1 - 9 + 6 + 8$
$5 = 19 - 6 - 8$ $\quad$ $6 = -1 + 9 + 6 - 8$
$7 = 1 \cdot 9 + 6 - 8$ $\quad$ $8 = 1 + 9 + 6 - 8$
$9 = -1 + (\sqrt{9} \cdot 6) - 8$ $\quad$ $10 = -1 + 9 - 6 + 8$

11

Označme počet kaprů v zásilce x, potom

$$x = \frac{x+1}{2} + \frac{x+1}{4} + \frac{x+1}{8} + \frac{x+1}{16} + 2$$

Z toho $x = 47$.

12

Počet hus označíme písmenem x; ještě jednou tolik označíme $x + x$. K tomu přidáme ještě polovinu počtu x a ještě čtvrtinu počtu x, takže dostáváme $x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4}$. K tomu přidáme jednu husu a až potom to bude 100, tj.

$$x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100$$

Řešením této poměrně jednoduché rovnice dostaneme $x = 36$.

13

Řešení rovnicí:

$$x - (3 \cdot 4) = \frac{x}{3}$$

Z toho $x = 18$. Lovcům zůstalo 18 nábojů.

14

Větší číslo je dvakrát větší než menší číslo. Označíme-li polovinu menšího čísla x, bude zbytek menšího čísla též x. Zbytek většího čísla bude $3x$. Menší číslo bude tudíž $x + x = 2x$, větší číslo bude $3x + x \doteq 4x$. Větší číslo je tudíž $4x : 2x = 2$krát větší než menší číslo.

15

Úlohu řešte rovnicí a zjistíte, že stařeček šel rychlostí 3 km/h.

16

Např. stálo-li velké jablko 1 Kčs, stálo malé 0,50 Kčs. Koupil-li Jožka jedno, zaplatil 1 Kčs. Mařenka koupila 3 jablka, proto zaplatila 1,50 Kčs. Mařenka tudíž zaplatila víc, a to i tehdy, jestliže cena jablka byla jiná a stejně tak i počet koupených jablek, ovšem za předpokladu, že ostatní podmínky uvedené v příkladu platí.

17

Řešení rovnicí:

$$2x + \frac{x}{2} + 7 = 12$$
$$x = 2$$

Když cestující vycházel z Prahy, byly 2 hodiny.

18

Po přeletu kavek byl na všech stromech stejný počet, bylo tudíž na každém stromě po 12 kavkách. Když na prvním stromě po odletu 6 ptáků zůstalo 12 kavek, původně na něm bylo 18 kavek. Na druhém stromě před odletem 4 kavek bylo 16 a před příletem z prvního stromu bylo tam 10 kavek. Na třetím stromě bylo původně 8 kavek.

19

Z rovnic $x + y = xy$ a $y = 2x$ dostanete rovnici

$3x = 2x^2$

a z toho $3 = 2x$, $x = 1{,}5$ a $y = 3$.

Úsudkem: Jde o čísla menší než 2 a 4, protože jejich součet je 6 a součin 8, naproti tomu to musí být čísla větší než 1 a 2, jejichž součet jsou 3 a součin 2.

20

Označíme-li jednu číslici písmenem x a druhou y, můžeme napsat, že platí $x + y = 12$. Jestliže x je číslice desítek, násobíme ji dvěma ($2x$), y je číslice jednotek, násobíme ji třemi ($3y$). Součet těchto součinů je 29, proto můžeme psát

$2x + 3y = 29$.

Vyřešíme-li uvedenou soustavu dvou rovnic s dvěma neznámými, dostaneme hledané číslo: 75.

21

Označme věk Petra a let. Barborka je proti Petrovi 5krát starší, čili bude jí $5a$ let. Věk matky je $5 \cdot 5a$ let. Otci je $2\,(5 \cdot 5a)$ let. Sečteme-li léta všech čtyř $a + 5a + 5 \cdot 5a + 2\,(5 \cdot 5a)$, dostaneme $81a$ let, což je rovno věku dědečka.

$$\begin{aligned} 81a &= 81 \\ a &= 1 \end{aligned}$$

Písmenem a jsme označili věk Petra. V našem výpočtu vychází, že Petrovi je 1 rok, Barborce 5 let, matce 25 let a otci 50 let. Dohromady 81 let, což je věk dědečkův.

22

Za kružítko jsem zaplatil 4,80 Kčs, za pouzdro 4 Kčs a za pravítko 3,20 Kčs.

Výpočet: Za kružítko a pravítko 8,— Kčs ($\frac{2}{3}$ z 12)

za pouzdro a pravítko 7,20 Kčs ($\frac{3}{5}$ z 12)

Dohromady to je 15,20 Kčs.

Koupil jsem, pravda, jen jedno pravítko. Rozdíl mezi 15,20 a 12 je cena pravítka.

23

Synovi je nyní 14 a otci právě 50 let. Úlohu nejlépe rozřešíme pomocí dvou rovnic o dvou neznámých.

24

Pomocí tří rovnic bylo rozdělení ořechů: 45, 75, 90; celkový počet ořechů byl tudíž 210. Potom poměr 90 : 75 : 45 zjednodušíme na léta odpovídající věku žáka ZDŠ (např. číslem 7,5). Vláďovi bylo 12, Karlovi 10 a Igorovi 6 let.

25

$$\begin{aligned} (10x + y) : (10y + x) - \frac{5}{10y + x} &= 3 \\ x + y &= 11 \\ \hline 10x + y - 5 &= 30y + 3x \\ 7x - 29y &= 5 \\ x + y &= 11 \\ \hline y &= 11 - x \\ 7x - 319 + 29x &= 5 \\ 36x &= 324 \\ x &= 9 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

Hledaná čísla jsou 92 a 29.

26

Všem synům je nyní dohromady 33 let. Jejich společný věk je o 12 let menší než otcova léta. Společný věk synů se každým rokem zvětší o 3, věk otce o 1, každým rokem se tedy rozdíl mezi součtem let synů a let otce zmenšuje o 2. Rozdíl 12 let se tudíž odstraní za $12 : 2 = 6$, tj. za 6 let.

(Řešení rovnicí: $45 + x = 15 + x + 11 + x + 7 + x$.)

27

Počet správných příkladů označ x, potom dostaneš rovnici:

$$8x - 5(26 - x) = 0$$
$$8x + 5x = 130$$
$$x = 10$$

Počet správně vyřešených příkladů byl 10 a nesprávně řešených 16. Za správné dostal 80 Kčs a za nesprávné mu otec odpočítal 80 Kčs.

28

a) Počet let, kdy otci bude dvakrát tolik let než synovi, označme písmenem x. Otci za x let bude $45 + x$ let. Synovi též přibude x let, takže v téže době mu bude $18 + x$ let. Otci bude potom dvakrát tolik let než synovi, tj. podíl otcových a synových let bude 2.

$$\frac{45 + x}{18 + x} = 2$$
$$45 + x = 36 + 2x$$
$$x = 9$$

Za 9 let bude otec dvakrát starší než syn.

b) Podobnou úvahou dojdeme k rovnici

$$\frac{26 + x}{6 + x} = 3$$

$$26 + x = 18 + 3x$$
$$2x = 8$$
$$x = 4$$

Za 4 léta bude otec třikrát starší než syn.

29

Matematicky objasníme celou hru takto: Číslo dne označme x, potom podle jednotlivých kroků dostaneme $2x$, $2x + 5$, $(2x + 5)\,5$, $(2x + 5)\,50$, a odečteme-li nyní 250, dostaneme zřejmě $100x + 250 - 250 = 100x$. Po dělení výsledku, který vždy poznáme, stem, dostaneme hledané číslo.

30

Věk chlapců označme x, $x + 1$, $x + 2$, $x + 3$, otcův $4x + 6$. Až bude nejmladšímu chlapci tolik let, kolik je dnes otci, tj. $4x + 6$ let, bude věk dalších chlapců $4x + 7$, $4x + 8$, $4x + 9$, dohromady tudíž

$$16x + 30 = 126$$
$$16x = 96$$
$$x = 6$$

Nejmladší chlapec chodí tudíž do první třídy.

31

Součet čísel $20 + 21 + 22 + \ldots + 1\,000$ můžeme vypočítat takto:

$(1\,020 \,.\, 981) : 2 = 500\,310.$

Součet čísel $17 + 18 + \ldots + 974 = (991 \,.\, 958) : 2 = 474\,689$.

32

$$(6x + x) \,.\, 4 + 2y = 452$$
$$7x + y = 142$$
$$\overline{\qquad y = 142 - 7x}$$

$$28x + 284 - 14x = 452$$
$$14x = 168$$
$$x = 12$$

Bylo 12 králíků, 72 zajíců, 58 bažantů.

33

Každý snědl 8 rybek. Turista snědl 1 rybku Karlovu a 7 rybek Gusty, proto měl dostat Karel 1 Kčs a Gusta 7 Kčs.

34

$a + b = 850 \qquad d + e = 1\,200$
$b + c = 300 \qquad e + f = 1\,250$
$c + d = 150 \qquad f + a = 750$
$a + b + c + d + e + f = 2\,250$

Rukavice byly za 50 Kčs, klobouk za 100 Kčs, svetr za 150 Kčs, boty za 250 Kčs, oblek za 600 Kčs, kabát za 1 100 Kčs.

35

Označíme-li počet koťat písmenem x, $\frac{3}{4}$ z tohoto počtu můžeme zapsat jako $\frac{3}{4}x$. Jestliže $\frac{3}{4}$ z celkového počtu x a $\frac{3}{4}$ z jednoho kotěte tvoří celkový počet, můžeme psát

$\frac{3}{4}x + \frac{3}{4} = x$ a z toho $\frac{3x + 3}{4} = x$

$$3x + 3 = 4x$$
$$x = 3$$

tj. celkový počet koťat je 3.

36

Stroj A poseče všechno obilí za x dní, stroj B za y dní a stroj C za z dní. Za jeden den poseče stroj A $\frac{1}{x}$ obilí, stroj B $\frac{1}{y}$ obilí a stroj C $\frac{1}{z}$ obilí. Z podmínek úlohy sestavíme rovnice

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}; \quad \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{20}; \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{15}.$$

Řešením této soustavy dostaneme $x = 20$, $y = 30$, $z = 60$. Potom ze vztahu $\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{60} = \frac{1}{t}$ dostaneme $t = 10$, tj. čas, za který všechny stroje posečou obilí současně.

37

Jestliže jste si mysleli např. číslo 46, jeho druhá mocnina je 2 116. Po přičtení např. čísla 5 dostáváme z původního čísla 46 číslo 51. Jeho druhá mocnina je 2 601. Po odečtení dostáváme 485. Číslo 485 je třeba dělit dvěma, dostaneme 242,5, dělit číslem 5, dostaneme 48,5 a odečíst polovinu čísla 5, tj. 2,5, čímž dostaneme na začátku myšlené číslo.

Vysvětlení: Označíme-li myšlené číslo písmenem x a číslo, které přičítáme písmenem y, můžeme početní výkony zapsat takto:

$$(x + y)^2 - x^2 = 2xy + y^2 = 2y\left(x + \frac{y}{2}\right)$$

Konečný výsledek je $2y\left(x + \frac{y}{2}\right)$, který označíme např. z.

$$2y\left(x + \frac{y}{2}\right) = z.$$

Když odečteme $\frac{y}{2}$, dostaneme hledané číslo x, $x = \frac{z}{2y} - \frac{y}{2}$.

38

Jestliže 5 psů přeběhlo 50 mil za x dní a 3 psi za $(x - 1)$

dní, potom 3 psi přeběhli za den 20 mil. Vzdálenost tábora byla po prvním dnu 100 mil. Za jeden den uběhlo 5 psů $33\frac{1}{3}$ míle. Celková vzdálenost ze Skagway do tábora byla tudíž $133\frac{1}{3}$ míle.

39

x je počet korun, y počet haléřů:
$100x + y = 2\,(100y + x) + 5$
Dalším postupem — za předpokladu, že x a y jsou celá čísla menší než 100 — dostaneme, že Jan zaplatil 63 Kčs 31 hal.

40

a) Úloha se dá řešit na první pohled, věk manžela je 54, manželky 45 let.
b) Řešení rovnicí: Věk manžela je x, y, manželky y, x.

$$(10x + y) - (10y + x) = \frac{1}{5}\,(10y + x)$$

Řešením rovnice dostaneme:

$$\frac{x}{y} = \frac{5}{4}$$

Jsou-li x, y celá čísla menší než 10, platí
$x = 5, y = 4$.
Manželův věk je tudíž 54, věk manželky 45.

41

První motocyklista jel x hodin, odpočíval $\frac{y}{3}$ hodin.

Druhý motocyklista odpočíval $\frac{x}{2}$ hodin, jel y hodin.

Protože byli na cestě stejně dlouho, platí:

$$x + \frac{y}{3} = \frac{x}{2} + y$$

neboli

$$\frac{x}{2} = \frac{2}{3}y$$

Z toho $x = \frac{4}{3}y$ čili $y < x$.

Druhý motocyklista jel rychleji než první.

42

Těžký kus nábytku váží 300 kg, střední kus 150 kg a lehký kus 50 kg.

43

a) Součet prvního a druhého je 40
Součet prvního a třetího je 90
Dohromady 130
První číslo je 130 — 115 = 15.
Druhé číslo je 25 a třetí 75.

b) Součin prvního, druhého a třetího je 240
Součin prvního a druhého je 60
Součin druhého a třetího je 80
Součin prvního a druhého, druhého a třetího je 80 . 60 = 4 800.
Druhé číslo je 4 800 : 240 = 20, první je 3 a třetí 4.

44

Počet 11- a 13letých chlapců označme x, 10- a 14letých y, 12letých z. Sestavíme rovnice:

$$2x + 2y + z = 38$$
$$z - 3 = x$$
$$x - 5 = y$$

Potom již lehce vypočteme, že 11- a 13letých chlapců bylo po 9, 10- a 14letých po 4 a 12letých bylo 12.

45

Rozdíl v čase, který ukazují hodinky po jedné hodině, je $(1 + 1\frac{1}{2})$ vteřiny a po každé hodině se tento rozdíl zvětšuje o $2\frac{1}{2}$ vteřiny.

12 hodin má 43 200 vteřin (ručičky hodin se dostávají do stejné polohy jednou za 12 hodin).

$43\,200 : 2{,}5 = 17\,280$

Po 17 280 hodinách čili 720 dnech budou ručičky obou hodinek ukazovat stejný čas.

Nejmenší celá čísla, v jejichž poměrech se hodinky předbíhají nebo zpožďují, jsou $1 : 1{,}5 = 2 : 3$. Součtem těchto čísel $(2 + 3 = 5)$ násobíme vypočtených 720 dní a dostaneme čas, kdy budou oboje hodinky ukazovat správný čas.

$5 \times 720 = 3\,600$ (dní),

neboli téměř za 10 let.

46

Délku lodě označme x (v krocích). Když Milan udělá jeden krok, posune se loď po cestě o y jeho kroků. Jestliže tudíž udělá Milan 120 kroků, posune se druhý konec lodě, ke kterému kráčí, o $120y$ kroků. Vidíme, že délka 120 Milanových kroků se rovná $x + 120y$. K cestě opačným směrem je třeba 30 kroků. Mezitím se však druhý konec lodi přiblíží o délku $30y$, takže platí $x - 30y = 30$. Dostali jsme soustavu rovnic:

$$\begin{aligned} x + 120y &= 120 \\ x - 30y &= 30 \\ \hline 150y &= 90 \\ y &= \frac{90}{150} = \frac{3}{5} \\ x &= 30 \cdot \frac{3}{5} + 30 \\ x &= 48 \end{aligned}$$

Zjistili jsme, že loď měří 48 Milanových kroků.

47

Můžeme sestavit rovnici

$$\begin{aligned} a + b + c &= 48 \\ b - a &= 1 \\ a + b &= c + 10 \end{aligned}$$

Řešením dostaneme věk sourozenců 14, 15 a 19 let.

48

x je rok vzniku.

$$x + 2 = y$$

$$\frac{y}{3} = 400 - 17$$

$$\frac{x + 2}{3} = 383$$

$$x = 1\,147$$

49

Označme figurky Jánošíka x a modely y. Sestavíme rovnici

$$13x + 23y = 210$$

$$x = \frac{210 - 23y}{13}$$

Z příkladu vyplývá, že y nemůže být větší než 9. Jestliže dosadíme do rovnice postupně za y čísla 1 — 9, bude vyhovovat jen $y = 8$ a z toho $x = 2$.

Děti si koupily 2 Jánošíky a 8 modelů chatek.

50

Podle druhé řádky a na základě porovnání první a třetí řádky je zřejmé, že krychle váží 4 kg — je to průměrná váha všech těles $(16 : 4 = 4)$, a tudíž válec bude o 1 kg těžší — 5 kg a koule o 1 kg lehčí — 3 kg. Úlohu můžeme řešit i pomocí tří rovnic s třemi neznámými:

$$\begin{aligned} x + y + 2z &= 15 \\ x + 2y + z &= 16 \\ 2x + y + z &= 17 \end{aligned}$$

51

Jestliže provedeme všechny naznačené výkony, dostaneme vždy stonásobek původního čísla a k němu ještě číslo 62. Oddělíme-li 62, zůstane nám původně myšlené číslo.

Algebraicky:

$(5x + 2) \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 7 = (20x + 8 + 3) \cdot 5 +$
$+ 7 = 100x + 55 + 7 = 100x + 62$

V

1

Viz obr. 177.

2

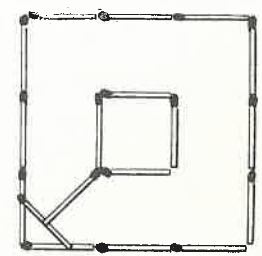
Viz obr. 178.

3

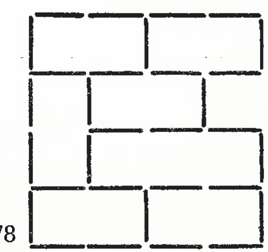
Viz obr. 179.

4

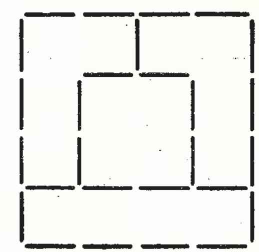
Pan Novák dostal za pozemek 1 200 Kčs.

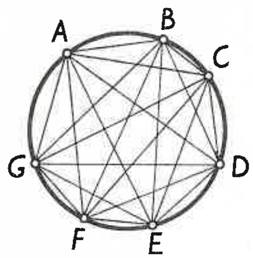


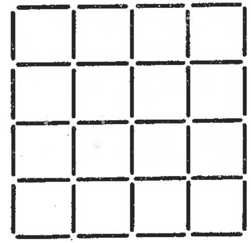
Obr. 177
Obr. 179



Obr. 178







Obr. 180

Obr. 181

5

Všech vchodů je 7. Z každého vchodu můžeme vést 6 cest. 7 × 6 je 42. Takto jsme ale počítali každou cestu dvakrát. Všech cest je jen polovina, tj. 21. (Obr. 180.)

6

Všech trojúhelníků je 35.

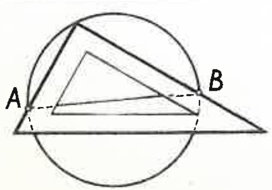
7

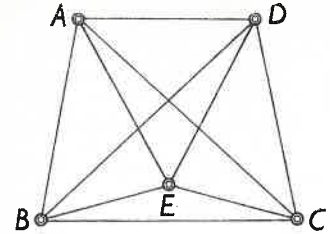
Z obr. 181 zjistíme, že je tam 30 čtverců.

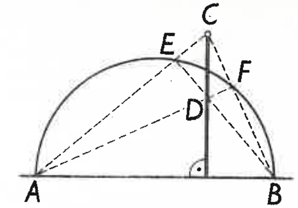
8

Podle Thaletovy věty je kružnice opsaná nad přeponou pravoúhlého trojúhelníka geometrickým místem vrcholů pravých úhlů sestrojených nad přeponou. Podle obr. 182 přiložíme vrchol pravého úhlu trojúhelníka ke kružnici

Obr. 182







Obr. 183

Obr. 184

a označíme průsečíky odvěsen s kružnicí. Spojnice průsečíků je průměrem kružnice. Stejně tak sestrojíme ještě jeden průměr a průsečík obou průměrů je hledaný střed kružnice.

9

a) Počet míst je 5. Z každého místa jsou 4 linky, čímž dostáváme každou linku dvojmo. Počet linek je tudíž $(5 \times 4) : 2 = 10$. (Obr. 183.)

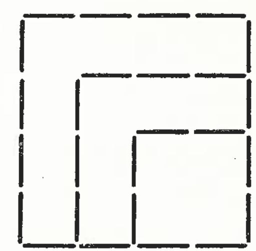
b) $(6 \times 5) : 2 = 15$.

10

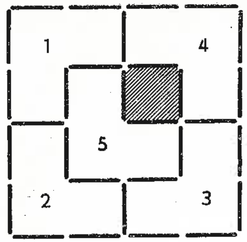
Obr. 184. Sestrojíme přímky *AC* a *BC*. Průsečíky přímek s kružnicí označíme *E*, *F*. Přímky *AF* a *BE* narýsujeme, jejich průsečík označíme *D*. Přímka *CD* je kolmá na průměr *AB*. (Jde o známou vlastnost, že výšky trojúhelníku se protínají v jednom bodě.)

11

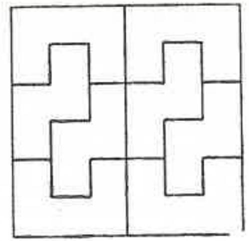
Viz obr. 185.



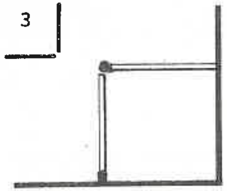
Obr. 185



Obr. 186



Obr. 187



Obr. 188

12

Strana čtvercového pole nechť je a, jeho obsah a^2, poloměr kruhu $\frac{a}{2}$, obsah zoraného kruhu $3{,}14 \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 = 0{,}785a^2$. Zůstávají tudíž nezorané rohy s obsahem $0{,}215a^2$, tudíž 21,5 % obsahu čtverce.

13

Viz obr. 186.

14

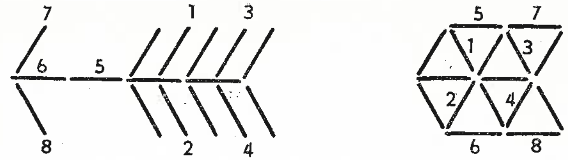
Viz obr. 187.

15

Položíme dvě zápalky na kraj stolu nebo knihy tak, aby hrany stolu nebo knihy tvořily druhé dvě strany čtverce (viz obr. 188).

16

Plošný obsah vyznačené části se zřejmě rovná rozdílu čtverce se stranou a a kruhu (v něm je $d = a$), čili vše-



Obr. 189

obecně $a^2 - \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2$, a to v našem případě, je-li strana 10 cm, bude přibližně 21,5 cm^2.

17

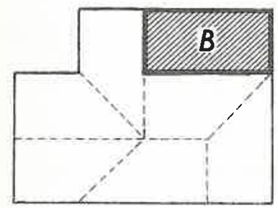
Přemístění zápalek sledujte podle čísel, jimiž jsou označené na obr. 189.

18

Rozdělení zahrady je na obr. 190.

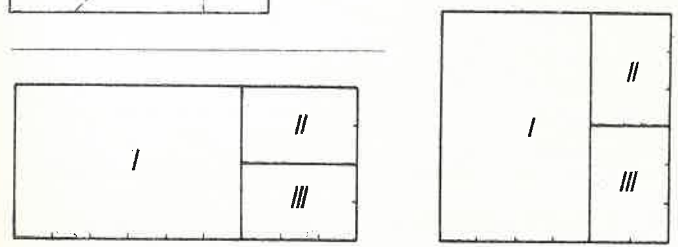
19

Řešení je na obr. 191.



Obr. 190

Obr. 191



20

Viz obr. 192.

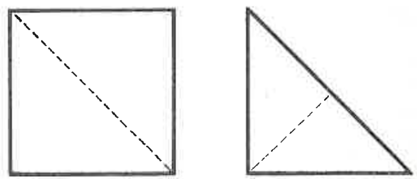
a b

Obr. 192

21

a) Rozstřihněte čtverec na polovinu. Položte poloviny na sebe tak, aby se navzájem kryly; znovu je rozstřihněte na poloviny atd.

b) Rozstřihněte čtverce po úhlopříčce (viz obr. 193a). Položte dva trojúhelníky na sebe a rozstřihněte je na polovinu tak, jak je to naznačené na obr. 193b. Každé dva z nových trojúhelníků tvoří čtverec.



a b

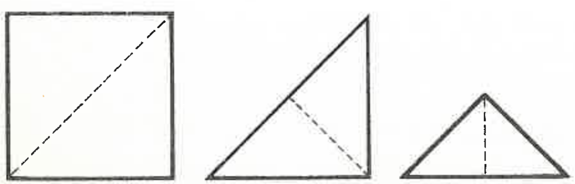
Obr. 193

c) Přeložte čtverec podle úhlopříčky (viz obr. 194a), potom ještě jednou (obr. 194b) a ještě jednou (obr. 194c). Trojúhelníky, které jste dostali, rozstřihněte podle posledního záhybu.

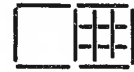
22

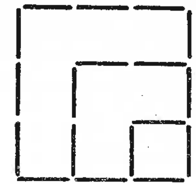
Všechny body vyhovující příkladu leží na kružnici,

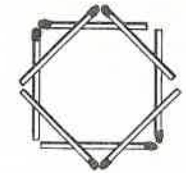
Obr. 194



a b c







Obr. 195 Obr. 196 Obr. 197

jejímž středem je střední kilometrový kámen (Thaletova věta). Vzdálenost je tudíž vždy 1 km.

23

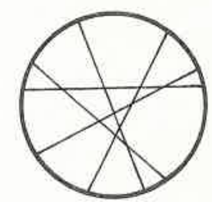
a) Viz obr. 195.
b) Viz obr. 196.

24

Část kruhu, která je vepsaná do rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníka je čtvrtkruh, jehož $r = \frac{p}{2} = 4\,\text{cm}$. Jeho obsah je tudíž $P = \frac{\pi r^2}{4}$ čili $P = 4\pi$.

25

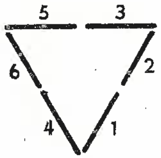
Viz obr. 197.

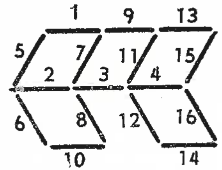


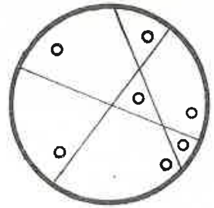
Obr. 198

26

Při správném řešení rozdělíme kruh 5 přímkami na 16 částí. $(25 + 5 + 2) : 2 = 16$. Jednotlivé přímky musíme rýsovat tak, aby každá z nich protínala všechny ostatní, a aby se při tom vždy jen dvě přímky protínaly v jednom bodě. (Viz obr. 198).







Obr. 199 Obr. 200 Obr. 201

27

Obsah zahrady je $60\ \text{m} \cdot 40\ \text{m} = 2\,400\ \text{m}^2$. Poleje se $96 \cdot (2\,400 : 100) = 24 \cdot 96$ litry vody, a to je $\dfrac{24 \cdot 96}{12} = 192$ věder.

28

Rovnostranný trojúhelník dostaneme nejjednodušeji přeložením 4 zápalek. V našem případě jsme nepřeložili zápalky (strany) 2 a 6. (Obr. 199.)

29

Viz obr. 200.

30

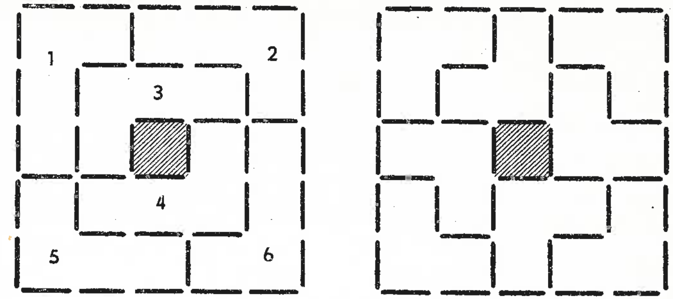
Objem vyznačené části krychle je 16 malých krychliček, je-li objem celé krychle $4 \times 4 \times 4 = 64$ malých krychliček.

31

Plošný obsah záhonu byl potom čtyřikrát větší, tudíž 192 m².

32

Viz obr. 201.



Obr. 202

33

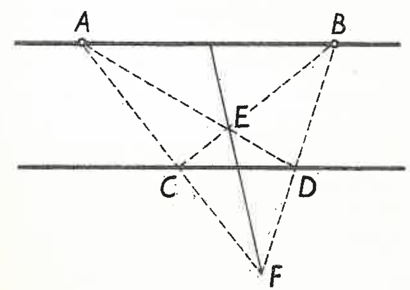
Viz obr. 202.

34

Na druhé rovnoběžce zvolíme body *C*, *D*. Narýsujeme přímky *AD*, *BC*; jejich průsečík označíme. Dále narýsujeme přímky *AC*, *BD*; jejich průsečík označíme. Přímka *EF* půlí úsečku *AB*. (Obr. 203.)

35

a) 960 m² (16×60 m²).
b) Obsah bude 6krát větší, tj. 4 800 m².



Obr. 203

Obr. 204

c) Obsah bude 2krát větší, tj. 1 200 m².
d) Obsah bude 216 m².

36

Zjistíme-li výšku lichoběžníka, vidíme, že úhlopříčka je přeponou pythagorejského trojúhelníka se stranami 12, 16 a 20 (jde o poměr 3 : 4 : 5), takže obsah lichoběžníka je 180 cm².

37

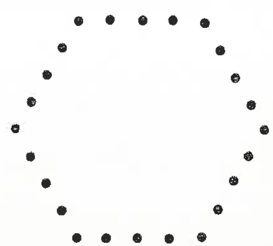
Obsah druhého obrázku je 3krát větší než obsah prvního obrázku, protože druhý obrázek obsahuje 15 shodných rovnostranných trojúhelníků a první obrázek 5 týchž shodných trojúhelníků. (Obr. 204.)

38

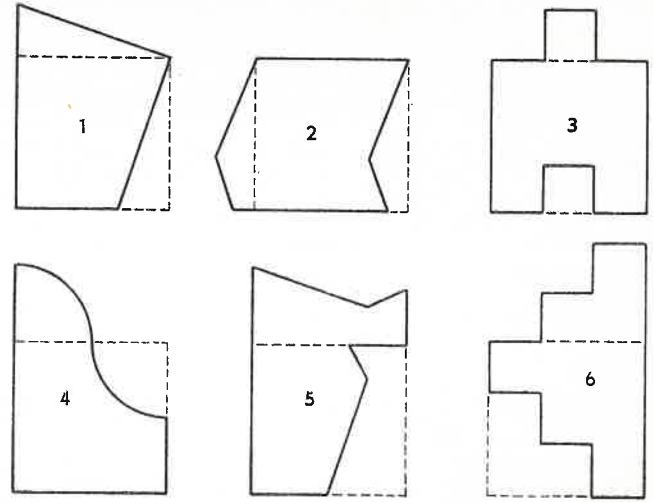
Požadavek možno splnit, jestliže osoby rozestavíme do tvaru šestiúhelníka (viz obr. 205). Osoby ve vrcholech šestiúhelníka se počítají ve dvou řadách.

39

Obsah pozemku tvaru čtverce se stranou 12 m je 144 m².



Obr. 205



Obr. 206

Obdélník může mít rozměry 2 m, 72 m; 4 m, 36 m; 6 m, 24 m; 8 m, 18 m; 16 m, 9 m.

40

Viz obr. 206.

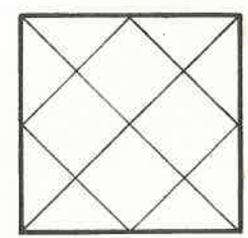
41

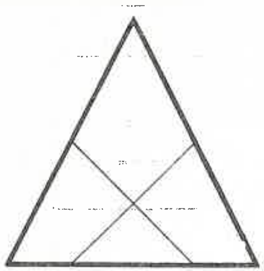
Pravidelný osmiúhelník.

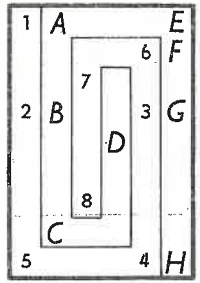
42

a) Čtverec rozdělíme na 4 shodné čtverce a 8 shodných pravoúhlých trojúhelníků, z nichž lehko sestavíme 4 shodné čtverce. (Obr. 207.)

Obr. 207







Obr. 208 Obr. 209 Obr. 210

b) Ze 4 částí čtverce sestavíme rovnoramenný trojúhelník podle obr. 208.

43

Jožka měl 40 cm . 40 cm . 18 cm = 28 800 cm³ vody. V druhém akváriu sahala voda do výšky (28 800 : 48 . 30) je 20 cm.

44

Úloha má víc řešení. Jedno z nich je na obr. 209.

45

Viz obr. 210.

46

Postup je jasný z obr. 211.

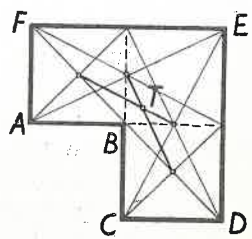
47

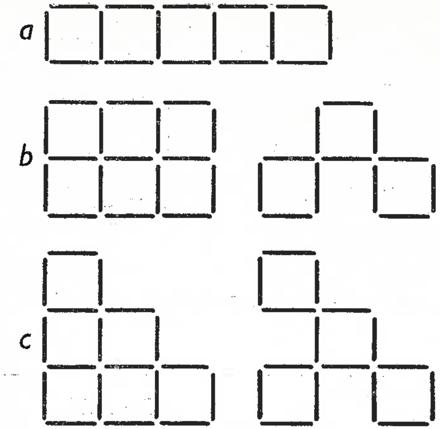
Viz obr. 212.

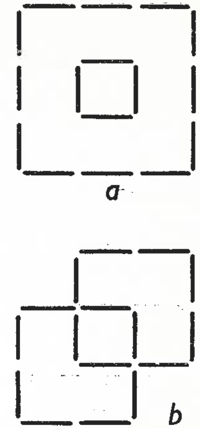
48

Viz obr. 213.

Obr. 211



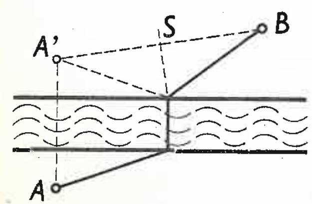




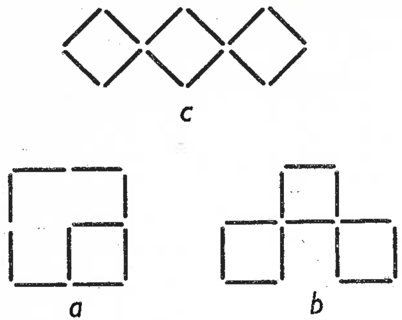
Obr. 212 Obr. 213

49

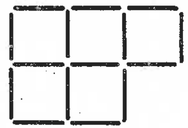
Podle obr. 214 narýsujeme s místem A souměrný bod A' na druhé straně potoka. Ten spojíme s bodem B. Osa souměrnosti úsečky $A'B$ protíná potok a určuje místo, kde se má most postavit.



Obr. 214

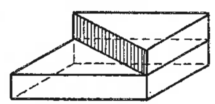


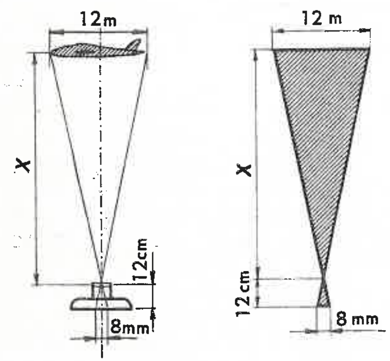
Obr. 215



Obr. 217

Obr. 218





Obr. 216

50

Viz obr. 215.

51

Označíme-li výšku letadla nad zemí v metrech písmenem x a za předpokladu, že trup letadla je rovnoběžný

s vytvořeným obrázkem, z podobnosti trojúhelníků platí

$12\,000 : 8 = x : 120$

a z toho $x = 180$ m. (Obr. 216.)

52

Viz obr. 217.

53

Součástka, jejíž nárys, půdorys a bokorys známe, vypadá, jak je nakresleno na obr. 218.

VI

1

Jelikož současně s vodou stoupá i loď, voda nikdy nevystoupí ke třetí příčce.

2

Papír a kov sbíralo 5 chlapců a 4 děvčata. Bankovku rozměnili na 15 dvouzlotých a 4 pětizloté. Chlapci dostali po 6 zlotých, celkem 30 zlotých, děvčata po 5 zlotých, celkem 20 zlotých.

3

Viz obr. 219.

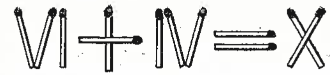
4

Je třeba najít číslo, které je dělitelné 1, 2, 3, 4, 5 a 6. Nejmenším takovým číslem je 60.
365 (počet dní v roce) : 60 $\doteq$ 6.
Přístav se vyprázdní šestkrát do roka.

Obr. 219

5

Viz obr. 220 nebo obr. 221.



Obr. 220 Obr. 221

6

Práce byla rozdělená mezi písařky tak, aby zručnější přepsala tři a druhá dvě pětiny rukopisu. Byly hotovy za 1 hodinu 12 minut.

7

Viz obr. 222.

8

$$\begin{aligned} 3A + 3B &= 24 \\ A + B &= 8 \\ B &= 8 - A \\ B &= 8 - 3 \\ B &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3B + 3C &= 36 \\ B + C &= 12 \\ 8 - A + C &= 12 \\ 8 - A + 10 - A &= 12 \\ 18 - 2A &= 12 \\ 6 &= 2A \\ A &= 3 \end{aligned}$$

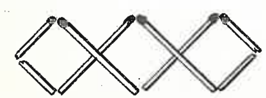
$$\begin{aligned} 3A + 3C &= 30 \\ A + C &= 10 \\ C &= 10 - A \\ C &= 10 - 3 \\ C &= 7 \end{aligned}$$

1 kg druhu A stál 3 Kčs, druhu B 5 Kčs, druhu C 7 Kčs.

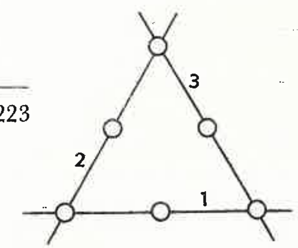
9

Viz obr. 223.

Obr. 222



Obr. 223



10

I. vydání: 1 strana má 32 řádků a 1 řádek 60 písmen.
32 řádek obsahuje 32 . 60 = 1 920 písmen.
210 stran obsahuje 1 920 . 210 = 403 200 písmen.

II. vydání: 1 strana má 35 řádků a 1 řádek 72 písmen.
1 strana obsahuje 35 . 72 = 2 520 písmen.
Počet stran nové knihy je 403 200 : 2 520 = = 160 stran.

11

Anička přečetla číslo obráceně a v obchodě žádala víc, než jí maminka přikázala. Místo čísla 86 četla 98.

12

Rybářskou úlohu možno řešit úsudkem nebo jednoduše rovnicí. Rybář chytil 15 karasů, 5 štik a 4 candáty, dohromady 24 ryb.

13

Viz obr. 224.

14

Karel 600, Igor 250, Rudolf 50, Milan 100, Eva 1 100 a Pavel 150 Kčs.

15

4 děvčata dostanou po jednom jablku a páté dostane jablko i s košíkem.

16

První číslo je 10krát větší než druhé. Velikost druhého je

Obr. 224

6 237 : 11 = 567, první je 10krát větší, tudíž 5 670.

17

Pero stojí 20 korun.

18

17; 9 je jich již na cestě a 8 ještě vypluje.

19

Viz obr. 225.

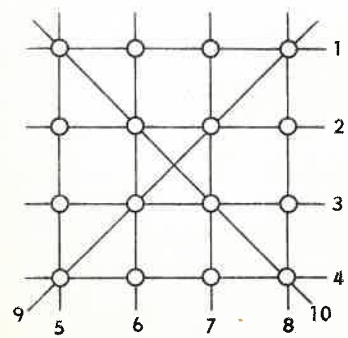
20

365 dní, 5 hodin, 1 minuta, 20,064 vteřiny.

21

Kdyby byly všechny husy, bylo by tam 2 . 30 nohou = = 60 nohou. Rozdíl mezi tímto počtem nohou a skutečným počtem nohou je 24.
Tento rozdíl vznikl tím, že jsme vzali v úvahu jen dvounohá zvířata.
Ve 24 je ještě 24 : 2 = 12 párů nohou, to znamená, že tam bylo 12 prasátek a 18 hus.

Obr. 225



22

$$\begin{aligned} 3(x - y) &= 42 \\ 42 - y &= x \\ \hline 42 - x &= y \\ 3x - 3y &= 42 \\ 3x - 3(42 - x) &= 42 \\ 6x &= 42 + 126 \\ x &= 28 \\ y &= 14 \end{aligned}$$

Jarmilce je nyní 28 let.

23

Jestliže to bylo v XV. století, první dvě číslice jsou 1 a 4. Součet všech je 16, takže součet posledních dvou je $16 - (1 + 4) = 11$. Jestliže číslice desítek dělená číslicí jednotek příslušného roku dává podíl 4 a zbytek 1, znamená to, že číslice desítek je čtyřnásobkem jednotek zvětšeným o 1. Rozdělme tudíž číslo 11 na 5 částí, dostaneme 2. Čtyřnásobek tohoto čísla je 8 a čtyřnásobek zvětšený o 1 je 9. Číslice desítek bude tudíž 9 a číslice jednotek 2.
Rok objevení Ameriky je 1492.

24

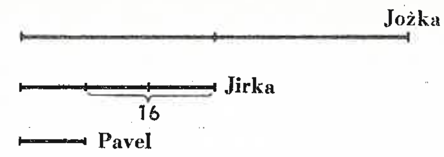
Dělníci byli placeni nikoli za počet nařezaných kusů, ale za počet řezů. Těch bylo dohromady 105. Protože za jeden řez měli dostat 30 haléřů, dostali celkem $105 \times \times 0{,}30 = 31{,}50$ (Kčs).

25

Kdyby Jožka měl o 5 haléřů více, měl by dohromady se sestrou 105 haléřů. Rozdělíme je na 3 části, jedna z nich, tj. 35 haléřů, je částka, kterou měla Zuzka; Jožka měl 65 haléřů.

26

Žena měla v koši 301 vajec. Řešení je jednoznačné, neboť násobky tohoto počtu by žena neunesla.



Obr. 226

27

$$\begin{aligned} 2(48 - x) &= y \\ y - x &= 48 \\ \hline 96 - 2x &= 48 + x \\ -3x &= -48 \\ x &= 16 \\ y &= 48 + 16 = 64 \end{aligned}$$

Řediteli bylo 64 let.

28

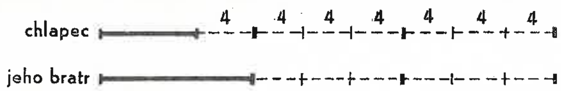
Počet hub, které nasbíral Jožka, znázorníme úsečkou (obr. 226). Jirka nasbíral z toho polovinu a Pavel třetinu z předcházejícího. Jestliže rozdíl mezi počtem hub, které nasbíral Jirka a Pavel, je 16, Pavel nasbíral 8 hub, Jirka 24 a Jožka 48.

29

Do 40 kg potřebujeme v případě a) buď obvyklé závaží 1, 2, 2, 5, 10, 20 kg, nebo 1, 1, 3, 5, 10, 20, či 1, 2, 3, 4, 10, 20, či 1, 2, 4, 8, 16, 32; až do 63 kg můžeme vážit sérií 1, 2, 4, 8, 16, 32 kg.
V případě b) stačí závaží 1, 3, 9, 27 kg.

30

Bylo by třeba asi 7 700 vlaků.



Obr. 227

31

Znázorníme si počet ořechů obou chlapců úsečkami (obr. 227).
Jeho bratr měl $4 + 4 + 4 = 12$ ořechů, tudíž on měl 8 ořechů.

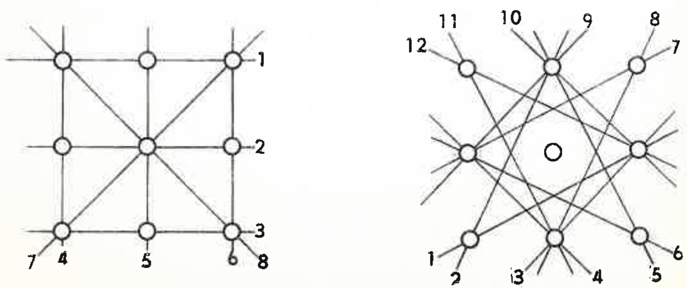
32

Šest úderů trvalo 10 vteřin. Mezi jednotlivými údery bylo 5 přestávek, z nichž každá trvala $10 : 5 = 2$ (vteřiny). Mezi prvním a dvanáctým úderem je však 11 přestávek, každá dlouhá 2 vteřiny. Dvanáct úderů bude tudíž trvat 22 vteřin.

33

Podle obr. 228 je 8 řad po 3 knoflících a 12 řad po dvou knoflících.

Obr. 228



34

a) Jestliže podíl při dělení většího čísla menším je 5, větší číslo je 5krát větší než menší. Jeden díl bude tudíž menší a 5 dílů větší číslo. Dělíme tudíž číslo 180 šesti a dostaneme, že menší je 30 a větší je $180 - 30 = 150$.

b) Podíl + dělenec $= 125 - 5 = 120$.
Dělenec je pětinásobkem podílu, proto číslo 120 rozdělíme na šest stejných částí. Jedna z nich je podíl a 5 částí je dělenec; proto podíl je 20 a dělenec 100.

c) Jedno je 12 400, druhé 124.
($12\,524 : 101 = 124$; $124 . 100 = 12\,400$; $12\,400 + 124 = 12\,524$.)

35

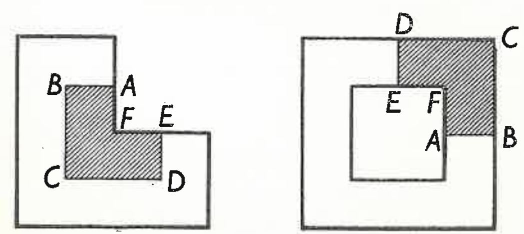
7 hodin 30 minut.

36

Hodiny znovu ukážou správný čas, jestliže uběhnou kupředu 12 hodin.
12 hodin $= 12 . 3\,600$ vteřin $= 43\,200$ vteřin.
20 vteřin uběhnou kupředu za 1 hodinu, proto 43 200 vteřin uběhnou kupředu za $43\,200 : 20 = 2\,160$ hodin, což je 90 dní čili 3 měsíce. Hodiny znovu ukázaly správný čas 1. dubna 1969.

37

Obrázek se musí rozdělit takto (obr. 229):



Obr. 229

38

Igor vystoupil na šestinu všech schodů, když Karel, jenž byl pozadu o 7 schodů, přešel jen osminu.

$$\frac{x}{6} - \frac{x}{8} = 7$$

$$4x - 3x = 168$$
$$x = 168$$

Rozhledna měla 168 schodů.

39

Počet bonbónů označme písmenem x. Chtěl-li je koupit po 8 haléřích, musel by mít $8x$ haléřů, po 6 haléřích, $6x$ haléřů. On však měl $8x - 6$ (haléřů), nebo $6x + 8$ (haleřů), proto

$$8x - 6 = 6x + 8$$
$$2x = 14$$
$$x = 7$$

Počet bónbónů, které chtěl koupit, byl 7.
Měl 50 haléřů.
Úsudkem: Rozdíl v ceně 1 bonbónu jsou 2 haléře. Rozdíl v ceně všech bonbónů je 14 haléřů. Jestliže při 1 bonbónu je rozdíl 2 haléře, zamýšlel koupit $14 : 2 = 7$ bonbónů.

40

Počet let 16, počet obyvatelů asi 14 miliónů, počet baterií na 1 obyvatele 3 a cena odpadového materiálu 1 baterie 0,10 Kčs.
Úhrnná cena surovin potom je

$14\,000\,000 \,.\, 16 \,.\, 3 \,.\, 0{,}1 = 67\,200\,000$ Kčs.

41

Kdyby se v lednu narodili nejvíce 3 žáci, v únoru taktéž nejvíce 3 žáci, v březnu též atd., měla by třída nejvíc $3 \,.\, 12 = 36$ žáků. Je-li ve třídě 40 žáků, zbývající

4 žáci mohou zvýšit počet 3 žáků na měsíc až ve čtyřech měsících na 4 žáky. Nemůžeme však zaručit, že je ve třídě pět žáků, kteří se narodili v témže měsíci.

42

Spojíme obec D postupně s obcemi A, B, C, takto vznikne vedení dlouhé 20 km (viz obr. 230).

43

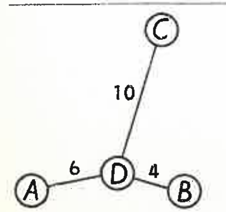
Kdyby byl jel pilot 22 hodin na lodi, ujel by 440 km. On však ujel za 22 hodin 840 km, z toho část na lodi a část v letadle. Rychlost letadla je o $120 - 20 = 100$ km za hodinu větší než rychlost lodi, takže rozdíl 400 km vznikl tím, že pilot letěl 4 hodiny letadlem. Na lodi byl 18 hodin, v letadle 4 hodiny.

44

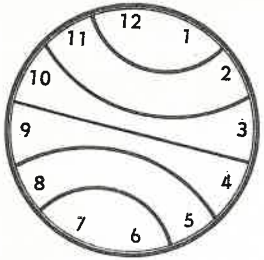
Cihla váží 3 kg a na trakař se vejde $17\frac{2}{3}$ cihly.

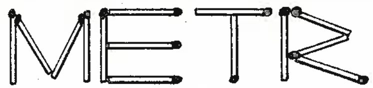
1 cihla	3 kg
$\frac{1}{4}$ cihly	$\frac{3}{4}$ kg
$\frac{1}{4}$ trakaře a $\frac{1}{4}$ cihly	14 kg
$\frac{1}{4}$ trakaře	$13\frac{1}{4}$ kg
1 trakař	53 kg

$53 \text{ kg} : 3 \text{ kg} = 17\frac{2}{3}$



Obr. 230





Obr. 232

Obr. 231

46

Hledaná přímka prochází pěti devítkami, jejich součet je 45.

47

Letci doletěli do místa určení v tentýž čas, neboť jakmile např. první přeletěl 2 400 km rychlostí 800 km, druhý za týž čas přeletěl 1 200 km rychlostí 400 km.

48

Protože součet všech čísel označených na ciferníku je 78, v každé části má být součet čísel

$78 : 6 = 13$

Rozdělení je na obr. 231.

49

$x + 9 \qquad\qquad x$

$x + 9 - 12 \qquad\qquad x + 12$

$2(x - 3) = x + 12$

$2x - 6 = x + 12$

$x = 18 \qquad 18 + 9 = 27$

Na počátku bylo tudíž v prvním koši 27 kg jablek a v druhém 18 kg jablek.

50

K řešení této úlohy je třeba znát znak dělitelnosti 11, a to je:

Číslo je dělitelné 11, jestliže rozdíl součtu číslic na sudých místech a součtu číslic na lichých místech je dělitelný 11 nebo se rovná 0.

Takové číslo je např. 102 347 568. Zde je součet číslic na sudých i lichých místech shodný a tudíž $18 - 18 = 0$.

51

Dohromady bylo 15 jídel, jedli tři, každý 5 jídel. Casiovi zůstala 2 jídla, Semproniovi 3 jídla, dohromady 5 jídel, která snědl Titus a za která zaplatil 30 denárů. Casius dostal 12 denárů a Sempronius 18 denárů.

52

Hodinu před tím, než se vlaky potkají, budou od sebe vzdálené $60 + 40$ (km), tj. 100 km.